
Resolución de Ejercicios tipo del 2 do parcial virtual

Derivadas e Integrales - Prácticas 5 y 6

1 er cuatrimestre de 2020

+-+

Pregunta 1

Sin responder aún

Puntúa como 1

Marcar pregunta

El área de la región comprendida entre los gráficos de $f(x) = x^2 + x - 6$ y $g(x) = 2x$ para $-3 \leq x \leq 3$ está dada por:

Seleccione una:

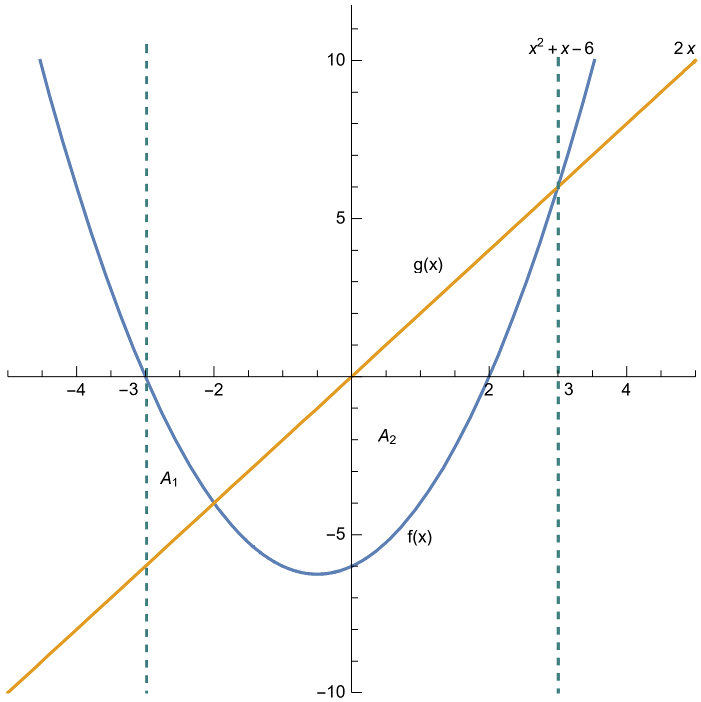
- $$\int_{-3}^{-2} (f(x) - g(x))\, dx + \int_{-2}^{3} (g(x) - f(x))\, dx$$
- $$\int_{-3}^{3} (g(x) - f(x))\, dx$$
- $$\int_{-3}^{3} (f(x) - g(x))\, dx$$
- $$\int_{-3}^{-2} (g(x) - f(x))\, dx + \int_{-2}^{3} (f(x) - g(x))\, dx$$

La respuesta correcta es la 1 era

Área de la región comprendida entre los gráficos de f (x) = x^2 + x - 6 y g (x) = 2 x para - 3 ≤ x ≤ 3

Haciendo un buen gráfico se podía responder la pregunta

Gráfico de f (x) = x^2 + x - 6 y g (x) = 2 x para - 3 ≤ x ≤ 3



$A = A_1 + A_2$

Como f (x) > g (x) en [−3, −2] entonces $A_1 = \int_{-3}^{-2} [f(x) - g(x)]\,dx$

Como g (x) > f (x) en [−2, 3] entonces $A_2 = \int_{-2}^{3} [g(x) - f(x)]\,dx$

Luego :

$$A = \int_{-3}^{-2} [f(x) - g(x)]\,dx + \int_{-2}^{3} [g(x) - f(x)]\,dx$$

La respuesta correcta es la 1 era

+-

Pregunta 2
Sin responder aún
Puntúa como 1
Marcar pregunta

Sobre el crecimiento y el decrecimiento de $f(x) = x^5 - 6x^4 + 14$, se puede afirmar que

Seleccione una:

- f es decreciente en $(-\infty; 0)$ y en $\left(\frac{24}{5}; +\infty\right)$, y es creciente en $\left(0; \frac{24}{5}\right)$.
- f es decreciente en $(-\infty; 0)$ y en $\left(0; \frac{24}{5}\right)$, y es creciente en $\left(\frac{24}{5}; +\infty\right)$.
- f es creciente en $(-\infty; 0)$ y en $\left(0; \frac{24}{5}\right)$, y es decreciente en $\left(\frac{24}{5}; +\infty\right)$.
- f es creciente en $(-\infty; 0)$ y en $\left(\frac{24}{5}; +\infty\right)$, y es decreciente en $\left(0; \frac{24}{5}\right)$.

La respuesta correcta es la 4 ta

Ej 2 - Desarrollo

Sobre el crecimiento y el decrecimiento de $f(x) = x^5 - 6x^4 + 14$

$f(x) = x^5 - 6x^4 + 14$

Calculemos la derivada :

$f'(x) = 5x^4 - 24x^3$

Puntos críticos de f (x) para aquellos en los cuales f ' (x) = 0 :

planteamos $f'(x) = 0$:

$\Longrightarrow\ 5x^4 - 24x^3 = 0$ **sacamos factor común** x^3 :

$$\Longrightarrow\ x^3(5x - 24) = 0 \ \Longrightarrow\ x = 0 \text{ ó } 5x - 24 = 0 \ \Longrightarrow\ x = 0 \text{ ó } x = \frac{24}{5}$$

Puntos críticos de f (x) :

$x = 0$; $x = \frac{24}{5}$

Intervalos de análisis :

$(-\infty, 0)$; $\left(0, \frac{24}{5}\right)$; $\left(\frac{24}{5}, +\infty\right)$

Como $f'(x)$ es continua aplicamos el

Corolario del Teorema de Bolzano para $f'(x)$:

En $(-\infty, 0)$ **tomamos** $x = -1$

$f'(-1) = (-1)^3 \cdot (5(-1) - 24) = (-1) \cdot (-5 - 24) = (-1) \cdot (-29) > 0$

En $\left(0, \frac{24}{5}\right)$ **tomamos** $x = 1$

$f'(1) = (1)^3 (5 \cdot (1) - 24) = 1 \cdot (-19) = -19 < 0$

En $\left(\frac{24}{5}, +\infty\right)$ **tomamos** $x = 5$

$f'(5) = (5)^3 (5 \cdot (5) - 24) = 125 \cdot (25 - 24) = 125 \cdot 1 > 0$

Análisis de la 1 era derivada :

análisis alrededor de $x = 0$:

1. - Como $f'(-1) > 0$ y $f'(x)$ no tiene ceros a la izquierda de $x = 0$ por el corolario del teorema de Bolzano $f'(x) > 0 \ \forall x \in (-\infty, 0) \Longrightarrow f(x)$ es creciente en $(-\infty, 0)$

2. - Como $f'(1) < 0$ y $f'(x)$ no tiene ceros entre $\left(0, \frac{24}{5}\right)$ por el corolario

del teorema de Bolzano $f'(x) < 0 \ \forall x \in \left(0, \frac{24}{5}\right) \Longrightarrow f(x)$ es decreciente en $\left(0, \frac{24}{5}\right)$

Por 1. - y 2. - en $x = 0$ hay un Máximo local de $f(x)$

----

análisis alrededor de $x = \frac{24}{5}$:

3. - Como $f'(1) < 0$ y $f'(x)$ no tiene ceros entre $\left(0, \frac{24}{5}\right)$ por el corolario

del teorema de Bolzano $f'(x) < 0 \ \forall x \in \left(0, \frac{24}{5}\right) \Longrightarrow f(x)$ es decreciente en $\left(0, \frac{24}{5}\right)$

4. - Como $f'(5) > 0$ y $f'(x)$ no tiene ceros a la derecha de $x = \frac{24}{5}$ por el corolario

del teorema de Bolzano $f'(x) > 0 \ \forall x \in \left(\frac{24}{5}, +\infty\right) \Longrightarrow f(x)$ es creciente en $\left(\frac{24}{5}, +\infty\right)$

Por 3. - y 4. - en $x = 0$ hay un Mínimo local de $f(x)$

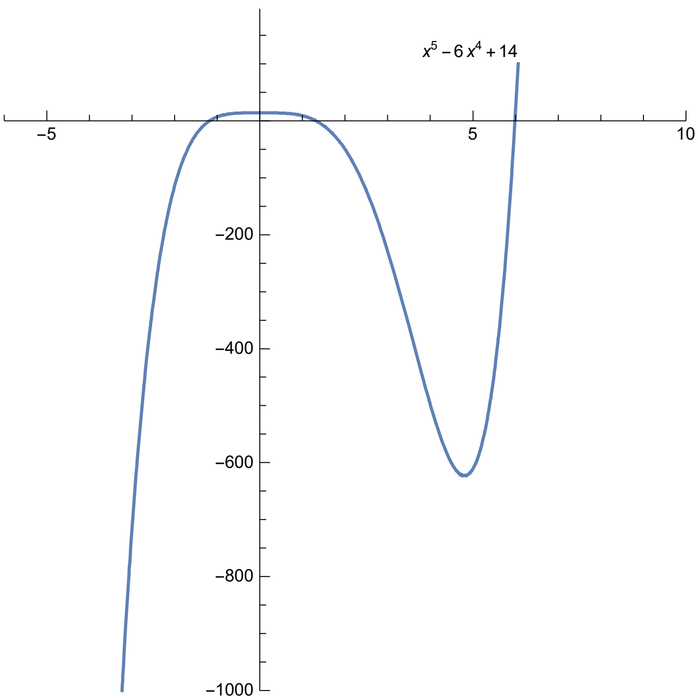
Intervalos de crecimiento y decrecimiento :

f crece en $(-\infty, 0) \cup \left(\frac{24}{5}, +\infty\right)$

f decrece en $\left(0, \frac{24}{5}\right)$

La respuesta correcta es la 4 ta

```
grafico2 = Plot[{x^5 - 6 x^4 + 14}, {x, -6, 10}, PlotRange → {{-6, 10}, {-1000, 100}},
           representación gráfica                   rango de representación
  AspectRatio → 1, PlotLabels → Placed[Automatic, Above]]
  cociente de aspecto  etiquetas de rep···  colocado  automático  encima
```



+-

Pregunta 3

Sin responder aún

Puntúa como 1

Marcar pregunta

La integral $\int_0^3 12\sqrt{x+1}\,dx$ es igual a

Seleccione una:

- -56
- 64
- 56
- 12

La respuesta correcta es la 3 a

Desarrollo :

Calcular $\int_0^3 12\sqrt{x+1}\,dx$

Calculemos la integral indefinida para luego reemplazar y usar Regla de Barrow :

$$\int 12\sqrt{x+1}\,dx = 12\int (x+1)^{\frac{1}{2}}\,dx =$$

por sustitución :

llamamos

$$u = x+1 \quad\Longrightarrow\quad du = u'\,dx = 1\,dx \quad\Longrightarrow\quad du = dx$$

sustituyendo :

$$= 12\int u^{\frac{1}{2}}\,du = 12\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{2}+1\right)}\,u^{\frac{1}{2}+1} + \underbrace{C}_{\text{constante}} = 12\cdot\frac{1}{\frac{3}{2}}\,u^{\frac{3}{2}} + \underbrace{C}_{\text{constante}} = 12\cdot\frac{2}{3}\,u^{\frac{3}{2}} + \underbrace{C}_{\text{constante}} = 8\,(x+1)^{\frac{3}{2}} + \underbrace{C}_{\text{co}}$$

Entonces :

$$\int 12\sqrt{x+1}\,dx = 12\int (x+1)^{\frac{1}{2}}\,dx = 8\,(x+1)^{\frac{3}{2}} + \underbrace{C}_{\text{co}}$$

Con esta primitiva usamos Barrow :

$$\int_0^3 12\sqrt{x+1}\,dx = \left(8\,(x+1)^{\frac{3}{2}} + C\right)\Big|_0^3 = \left(8\,(3+1)^{\frac{3}{2}} + \underbrace{C}_{\text{constante}}\right) - \left(8\,(0+1)^{\frac{3}{2}} + \underbrace{C}_{\text{const}}\right) =$$

$$= \left(8\cdot(4)^{\frac{3}{2}} + \underbrace{C}_{\text{constante}}\right) - \left(8\cdot(1)^{\frac{3}{2}} + \underbrace{C}_{\text{const}}\right) =$$

$$= \left(8\cdot\left(\sqrt{4}\right)^3 + \underbrace{C}_{\text{constante}}\right) - \left(8\cdot\left(\sqrt{1}\right)^3 + \underbrace{C}_{\text{const}}\right) =$$

$$= \left(8\cdot 2^3 + \underbrace{C}_{\text{constante}}\right) - \left(8\cdot 1^3 + \underbrace{C}_{\text{constante}}\right) = 64 + \underbrace{C}_{\text{cons}\cdots} - 8 - \underbrace{C}_{\text{constant}} = 56$$

Por lo tanto :

$$\int_0^3 12\sqrt{x+1}\,dx = 56$$

La respuesta correcta es la 3 a

+-

Pregunta 4
Sin responder aún
Puntúa como 1
Marcar pregunta

La integral $\int x^5 \ln(x)\, dx$ es igual a

Seleccione una:
- $\frac{1}{6}x^6 \ln(\frac{1}{2}x^2) + C$
- $\frac{1}{6}x^6 \ln(x) - \frac{1}{6}x^5 + C$
- $\frac{1}{6}x^6 \ln(x) - \frac{1}{36}x^6 + C$
- $\frac{1}{6}x^6 \ln(x) - \frac{1}{42}x^7 \ln(x) + C$

La respuesta correcta es la 3 a

Desarrollo :

Calcular $\int x^5 \ln(x)\, dx$

Por método de integración por Partes :

$$\int f \cdot g'\, dx = f \cdot g - \int f' \cdot g\, dx$$

llamamos :

$$f = \ln(x) \quad \Longrightarrow \quad f' = \frac{1}{x}$$

$$g' = x^5 \quad \Longrightarrow \quad g = \int x^5\, dx = \frac{1}{6} x^6$$

Reemplazando :

$$\int \ln(x) \cdot x^5\, dx = \ln(x) \cdot \frac{1}{6} x^6 - \int \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{6} x^6\, dx = \frac{1}{6} x^6 \cdot \ln(x) - \int \frac{1}{6} x^5\, dx =$$

$$= \frac{1}{6} x^6 \cdot \ln(x) - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} x^6 + C =$$

cons

$$= \frac{1}{6} x^6 \cdot \ln(x) - \frac{1}{36} x^6 + C$$

cc

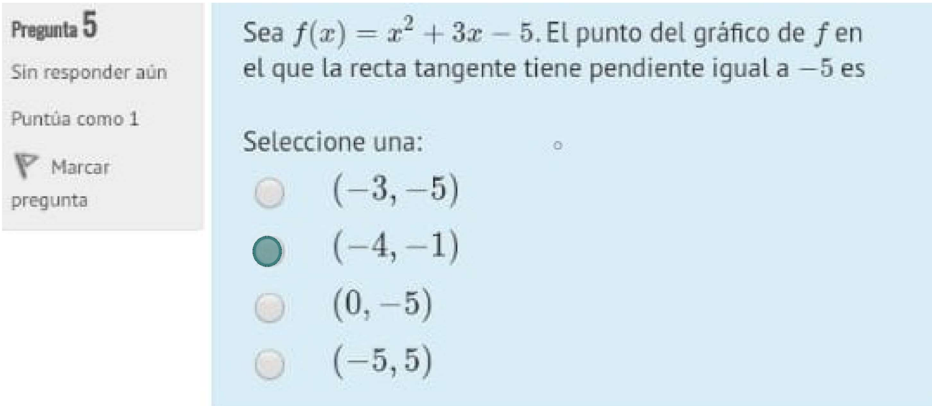
Por lo tanto :

$$\int x^5 \ln(x)\, dx = \frac{1}{6} x^6 \cdot \ln(x) - \frac{1}{36} x^6 + C$$

cc

La respuesta correcta es la 3 a

+-


Pregunta 5

Sin responder aún

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Sea $f(x) = x^2 + 3x - 5$. El punto del gráfico de f en el que la recta tangente tiene pendiente igual a -5 es

Seleccione una:

- $(-3, -5)$
- $(-4, -1)$
- $(0, -5)$
- $(-5, 5)$

La respuesta correcta es la 2 da

Desarrollo :

$f(x) = x^2 + 3x - 5$

Hay que encontrar el punto P del gráfico de f tal que la pendiente de la recta tangente es - 5

recordemos la ecuación de la recta tangente a f (x) en el punto (x_0, f (x_0)) es :

$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Pero entonces la pendiente de la recta tangente m es $f'(x_0)$

y nos dicen que $m = f'(x_0) = -5$

Entonces calculemos f' (x) e igualemos a - 5 para obtener las abscisas de los puntos de f (x) cuya pendiente de recta tangente en esos x es - 5

Cálculo de f' (x) :

$f'(x) = \left[x^2 + 3x - 5\right]' = 2x + 3$

planteamos $f'(x) = -5$:

$2x + 3 = -5 \quad \Longrightarrow \quad 2x = -5 - 3 \quad \Longrightarrow \quad x = -\frac{8}{2} = -4 \quad \Longrightarrow \quad x = -4$

x = - 4 es la abscisa del punto P cuya pendiente de recta tangente es - 5

Calculemos la ordenada del punto P :

reemplazamos x = - 4 en f (x)

$f(-4) = (-4)^2 + 3 \cdot (-4) - 5 = 16 - 12 - 5 = -1$

Entonces :

El punto P = (-4 , -1)

Luego la ecuación de la recta tangente a f (x) en x = -4 es :

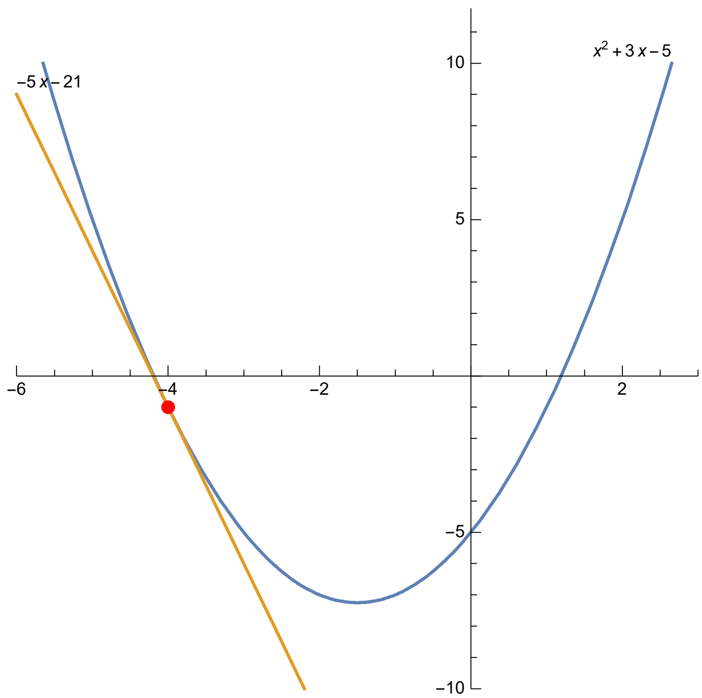
y = -5 (x - (-4)) + (-1) = -5 (x + 4) - 1 = -5 x - 20 - 1 = -5 x - 21

y = -5 x - 21

y el punto P de tangencia es P = (-4, -1)

La respuesta correcta es la 2 da

Gráfico de f (x), el punto P = (-4, -1) de tangencia y la recta tangente y = -5 x - 21



+-

Pregunta 6

Sin responder aún

Puntúa como 1

Marcar pregunta

El área de la región encerrada entre el gráfico de $f(x) = \frac{2}{x}$ y las rectas $y = 12$; $x = 6$ es igual a

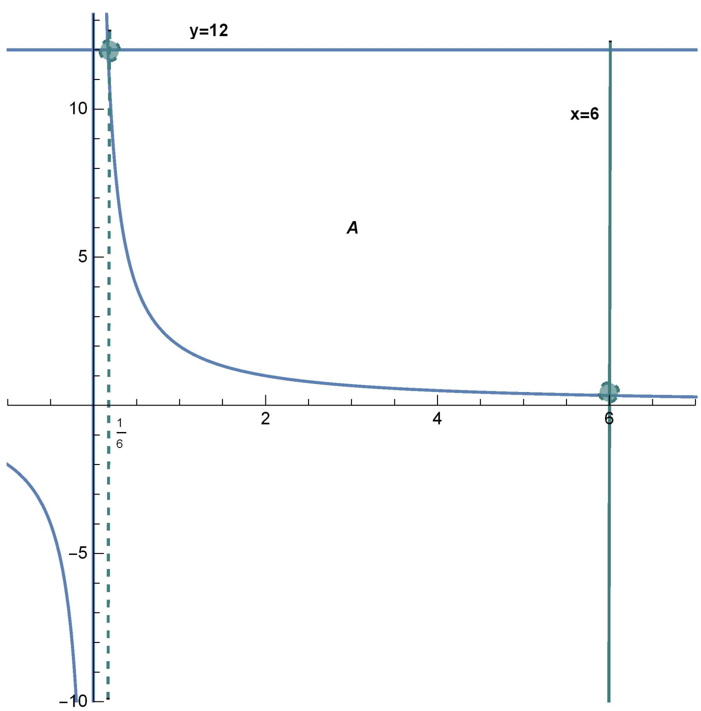
Seleccione una:

- $72 - 2\ln(6)$
- $74 - 2\ln(6) - 2\ln(\frac{1}{6})$
- $2\ln(6) - 2\ln(\frac{1}{6}) - 70$
- $70 - 2\ln(6) + 2\ln(\frac{1}{6})$

La respuesta correcta es la 4 ta

Desarrollo :

área de la región encerrada entre el gráfico de $f(x) = \frac{2}{x}$ **y las rectas** $y = 12$; $x = 6$



Observemos que $y = 12$ **se corta con** $f(x) = \frac{2}{x}$ **en :**

$$\frac{2}{x} = 12 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Entonces al área encerrada A es :

$$A = \int_{\frac{1}{6}}^{6} [12 - f(x)]\, dx =$$

$$A = \int_{\frac{1}{6}}^{6} \left[12 - \frac{2}{x}\right] dx = \int_{\frac{1}{6}}^{6} 12\, dx - \int_{\frac{1}{6}}^{6} \frac{2}{x}\, dx = 12\, x \Big|_{\frac{1}{6}}^{6} - 2 \ln |x| \Big|_{\frac{1}{6}}^{6} =$$

$$= 12 \cdot 6 - 12 \cdot \frac{1}{6} - 2 \ln |6| + 2 \ln \left|\frac{1}{6}\right| = 72 - 2 - 2 \ln (6) + 2 \ln \left(\frac{1}{6}\right) =$$

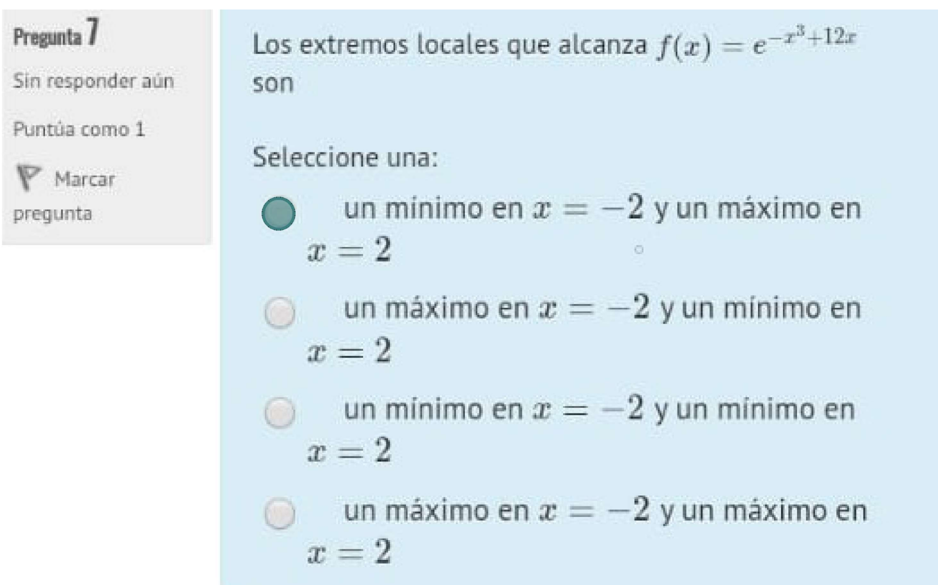
$$= 70 - 2 \ln (6) + 2 \ln \left(\frac{1}{6}\right)$$

Por lo tanto :

$$A = 70 - 2 \ln (6) + 2 \ln \left(\frac{1}{6}\right)$$

La respuesta correcta es la 4 ta

+-


Pregunta 7

Sin responder aún

Puntúa como 1

Marcar pregunta

Los extremos locales que alcanza $f(x) = e^{-x^3+12x}$ son

Seleccione una:

- un mínimo en $x = -2$ y un máximo en $x = 2$
- un máximo en $x = -2$ y un mínimo en $x = 2$
- un mínimo en $x = -2$ y un mínimo en $x = 2$
- un máximo en $x = -2$ y un máximo en $x = 2$

La respuesta correcta es la 1 era

$$f(x) = e^{-x^3+12\,x}$$

Los extremos locales de f (x) son puntos críticos de f' (x) que son aquellos para los que f' (x) = 0

Calculemos f' (x) :

$$f'(x) = \left[e^{-x^3+12\,x}\right]' = e^{-x^3+12\,x} \cdot \left[-x^3 + 12\,x\right]' = e^{-x^3+12\,x} \cdot \left(-3\,x^2 + 12\right) =$$

$$= -3\, e^{-x^3+12\,x} \cdot \left(x^2 - 4\right)$$

Entonces :

$f'(x) = -3\, e^{-x^3+12x} \cdot (x^2 - 4)$

Igualemos a 0 :

$-3\, e^{-x^3+12x} \cdot (x^2 - 4) = 0 \implies$ **como la exponencial es siempre positiva :**

debe ser $(x^2 - 4) = 0 \implies x^2 = 4 \implies \sqrt{x^2} = \sqrt{4} \implies |x| = 2$

$\implies x = -2$ **ó** $x = 2$ **son puntos críticos de** $f(x)$

Veamos si son máximos ó mínimos de $f(x)$

Intervalos de análisis de f' **:**

$(-\infty, -2)$; $(-2, 2)$; $(2, +\infty)$

Como $f'(x)$ **es continua**
usamos el corolario del Teorema de Bolzano para $f'(x)$ **:**

$f'(x) = -3\, e^{-x^3+12x} \cdot (x^2 - 4)$

En $(-\infty, -2)$ **tomamos** $x = -3$

$f'(-3) = -3\, e^{-(-3)^3+12(-3)} \cdot ((-3)^2 - 4) =$

$= -3\, e^{-(-3)^3+12(-3)} \cdot (9 - 4) = -3\, e^{-(-3)^3+12(-3)} \cdot 5 < 0$ **(recordar que la exponencial es siempre > 0)**

En $(-2, 2)$ **tomamos** $x = 0$

$f'(0) = -3\, e^{-(0)^3+12(0)} \cdot (0^2 - 4) = -3\, e^{-(0)^3+12(0)} \cdot (-4) > 0$

En $(2, +\infty)$ **tomamos** $x = 3$

$f'(3) = -3\, e^{-3^3+12\cdot 3} \cdot (3^2 - 4) = -3\, e^{-3^3+12\cdot 3} \cdot (9 - 4) = -3\, e^{-3^3+12\cdot 3} \cdot 5 < 0$

Análisis de la 1 era derivada :

análisis alrededor de $x = -2$ **:**

1. - Como $f'(-3) < 0$ **y** $f'(x)$ **no tiene ceros a la izquierda de** $x = -2$ **por el corolario del teorema de Bolzano** $f'(x) < 0 \;\; \forall x \in (-\infty, -2) \implies f(x)$ **es decreciente en** $(-\infty, -2)$

2. - Como $f'(0) > 0$ **y** $f'(x)$ **no tiene ceros entre** $(-2, 2)$ **por el corolario del teorema de Bolzano** $f'(x) > 0 \;\; \forall x \in (-2, 2) \implies f(x)$ **es creciente en** $(-2, 2)$

Por 1. - y 2. - en $x = -2$ **hay un Mínimo local de** $f(x)$

----

análisis alrededor de x = 2 :

3. - Como $f'(0) > 0$ y $f'(x)$ no tiene ceros entre $(-2, 2)$ por el corolario del teorema de Bolzano $f'(x) > 0 \ \forall x \in (-2, 2) \implies f(x)$ es creciente en $(-2, 2)$

4. - Como $f'(3) < 0$ y $f'(x)$ no tiene ceros a la derecha de $x = 2$ por el corolario del teorema de Bolzano $f'(x) < 0 \ \forall x \in (2, +\infty) \implies f(x)$ es decreciente en $(2, +\infty)$

Por 3. - y 4. - en $x = 2$ hay un Máximo local de $f(x)$

Intervalos de crecimiento y decrecimiento :

f crece en $(-2, 2)$

f decrece en $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

La respuesta correcta es la 1 era

+-

Pregunta 8

Sin responder aún

Puntúa como 1

Marcar pregunta

La ecuación de la recta tangente al gráfico de $f(x) = \dfrac{x+4}{2x-8}$ en el punto de abscisa $x_0 = 5$ es

Seleccione una:

- $y = \dfrac{1}{2}x + 2$
- $y = -4x + \dfrac{49}{2}$
- $y = \dfrac{9}{2}$
- $y = -4x + \dfrac{9}{2}$

La respuesta correcta es la 2 da

Hay que encontrar la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto de abscisa $x_0 = 5$ para

$$f(x) = \frac{x+4}{2x-8}$$

Recordemos que la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto $(x_0, f(x_0))$ es :

$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$; **aquí m la pendiente es** $m = f'(x_0)$

Entonces el punto de tangencia es : $x = 5$ y $f(5) = \dfrac{5+4}{2 \cdot 5 - 8} = \dfrac{9}{2}$

$(x_0, f(x_0)) = (5, f(5)) = \left(5, \dfrac{9}{2}\right)$

Cálculo de $f'(x)$ **:**

$$f'(x) = \left[\frac{x+4}{2x-8}\right]' = \frac{[x+4]' \cdot (2x-8) - (x+4) \cdot [2x-8]'}{(2x-8)^2} =$$

$$= \frac{1 \cdot (2x-8) - (x+4) \cdot 2}{(2x-8)^2} = \frac{2x-8 - 2x-8}{(2x-8)^2} = -\frac{16}{(2x-8)^2}$$

Entonces :

$$f'(x) = -\frac{16}{(2x-8)^2}$$

Calculemos la pendiente de la recta tangente $f'(5)$ **:**

$$f'(5) = -\frac{16}{(2 \cdot 5 - 8)^2} = -\frac{16}{(2)^2} = -\frac{16}{4} = -4$$

Tenemos que $f'(5) = -4$ y $f(5) = \dfrac{9}{2}$

reemplazando en la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ **en** $(5, f(5))$ **:**

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

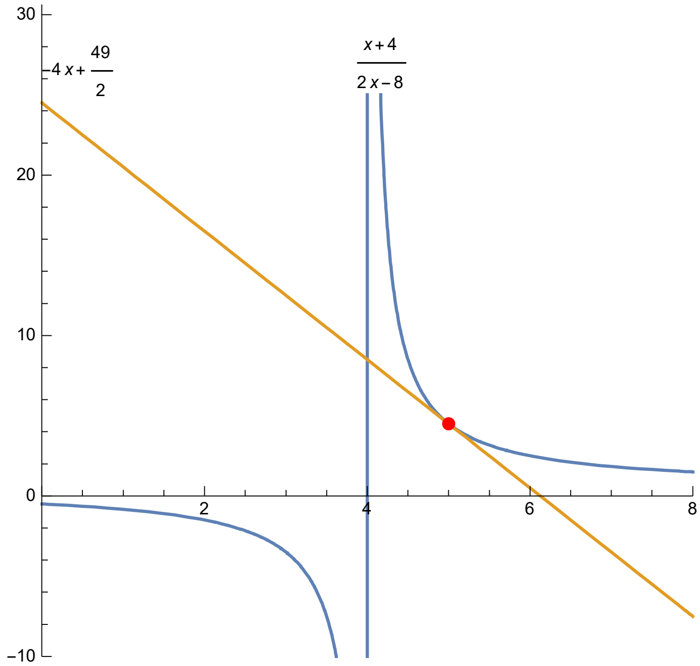
$$y = f'(5)(x-5) + f(5) = -4(x-5) + \frac{9}{2} = -4x + 20 + \frac{9}{2} = -4x + \frac{49}{2} \quad \Longrightarrow$$

$$y = -4x + \frac{49}{2}$$

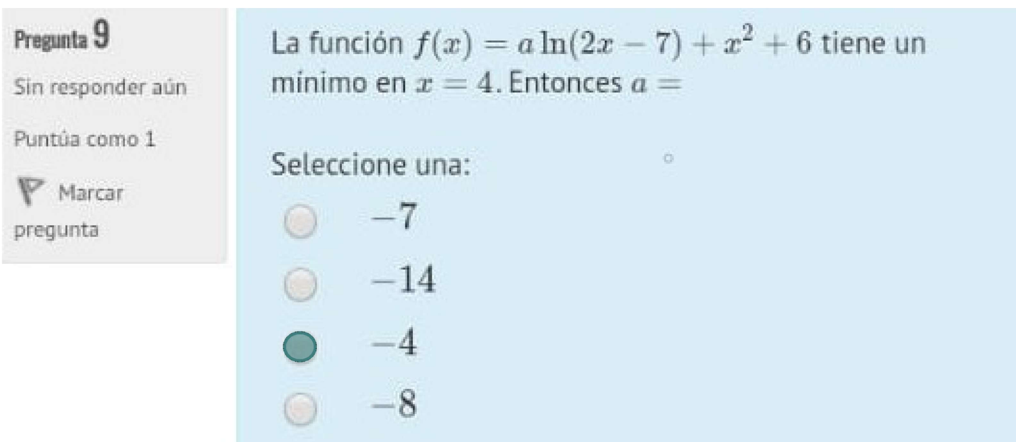
es la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ **en** $(5, f(5)) = \left(5, \dfrac{9}{2}\right)$

La respuesta correcta es la 2 da

Gráfico de $f(x) = \dfrac{x+4}{2x-8}$, **el punto** $P = \left(5, \dfrac{9}{2}\right)$ **de tangencia y la recta tangente** $y = -4x + \dfrac{49}{2}$



+-



Pregunta 9

Sin responder aún

Puntúa como 1

Marcar pregunta

La función $f(x) = a\ln(2x-7) + x^2 + 6$ tiene un mínimo en $x = 4$. Entonces $a =$

Seleccione una:

- -7
- -14
- -4
- -8

La respuesta correcta es la 3 era

$f(x) = a \cdot \ln(2x-7) + x^2 + 6$

tiene un mínimo en $x = 4$

Calcular el valor de a para que ello suceda

Si $x = 4$ es un mínimo de $f(x)$ entonces $x = 4$ es punto crítico de $f(x)$
pero entonces $f'(4) = 0$

Calculemos $f'(x)$:

$f'(x) = \left[a \cdot \ln(2x-7) + x^2 + 6\right]' =$

$$= \left[a \cdot \ln(2x-7)\right]' + \left[x^2 + 6\right]' = a \cdot \frac{1}{2x-7} \cdot 2 + 2x = \frac{2a}{2x-7} + 2x \implies$$

$$\Longrightarrow \quad f'(x) = \frac{2a}{2x-7} + 2x$$

Como decíamos $f'(4) = 0$:

$$f'(4) = \frac{2a}{2\cdot 4 - 7} + 2\cdot 4 = \frac{2a}{8-7} + 8 = \frac{2a}{1} + 8 = 2a + 8 = 0 \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{a = -4}$$

Por lo tanto :

si $a = -4$ $f(x)$ tiene un punto crítico en $x = 4$

Con este valor de $a = -4$, veamos que $x = 4$ es un mínimo local o relativo de $f(x)$:

$$f'(x) = \frac{2\cdot(-4)}{2x-7} + 2x = \frac{-8}{2x-7} + 2x \quad \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \quad = \frac{-8 + 2x\,(2x-7)}{2x-7} = \frac{-8 + 4x^2 - 14x}{2x-7} \quad \Longrightarrow$$

$$f'(x) = \frac{4x^2 - 14x - 8}{2x-7}$$

Los puntos críticos de $f(x)$ son los que $f'(x) = 0$ $\Longrightarrow$

$$\frac{4x^2 - 14x - 8}{2x-7} = 0 \quad \Longrightarrow \quad 4x^2 - 14x - 8 = 0 \quad \Longrightarrow \quad 2\cdot\left(2x^2 - 7x - 4\right) = 0 \quad \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \quad 2x^2 - 7x - 4 = 0$$

resolvemos la ecuación cuadrática :

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a\cdot c}}{2\cdot a} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4\cdot 2\cdot(-4)}}{2\cdot 2} = \frac{7 \pm \sqrt{49+32}}{4} =$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{7 \pm 9}{4} \quad \Longrightarrow \quad x_1 = \frac{7+9}{4} = \frac{16}{4} = 4 \quad ó \quad x_2 = \frac{7-9}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

puntos críticos :

$$x = 4 \quad ó \quad x = -\frac{1}{2}$$

analicemos alrededor de $x = 4$ teniendo en cuenta la discontinuidad en $x = \frac{7}{2}$:

Como $f'(x)$ es continua salvo en $x = \frac{7}{2}$ por corolario del teo de Bolzano

tomamos un x en $\left(\frac{7}{2}, 4\right)$ y otro en $(4, +\infty)$:

----

sea $x = \frac{15}{4} \in \left(\frac{7}{2}, 4\right)$ entonces :

$$f'\left(\frac{15}{4}\right) = \frac{4 \cdot \left(\frac{15}{4}\right)^2 - 14 \cdot \frac{15}{4} - 8}{2 \cdot \frac{15}{4} - 7} = \frac{\frac{225}{4} - \frac{210}{4} - \frac{32}{4}}{\frac{30}{4} - \frac{28}{4}} = \frac{-\frac{17}{4}}{\frac{2}{4}} = -\frac{17}{2} < 0$$

entonces como no hay más ceros en $\left(\frac{7}{2}, 4\right)$ y $f'\left(\frac{15}{4}\right) < 0$

$f'(x) < 0 \quad \forall x \in \left(\frac{7}{2}, 4\right)$ y $f(x)$ es decreciente en $\left(\frac{7}{2}, 4\right)$

----

sea $x = 5 \in (4, +\infty)$ entonces :

$$f'(5) = \frac{4 \cdot 5^2 - 14 \cdot 5 - 8}{2 \cdot 5 - 7} = \frac{100 - 70 - 8}{10 - 7} = \frac{22}{3} > 0$$

entonces como no hay más ceros en $(4, +\infty)$ y $f'(5) > 0$

$f'(x) > 0 \quad \forall x \in (4, +\infty)$ y $f(x)$ es creciente en $(4, +\infty)$

Resumiendo, como $f'(x) < 0$ a la izquierda de $x = 4$ y
$f'(x) > 0$ a la derecha de $x = 4$ entonces en $x = 4$ hay un Mínimo local de $f(x)$

Con esto queda probado que para $a = -4$
$f(x) = a \cdot \ln(2x - 7) + x^2 + 6$ tiene un mínimo en $x = 4$

La respuesta correcta es la 3 era

+-

Pregunta 10

Sin responder aún

Puntúa como 1

Marcar pregunta

La integral $\int \frac{100x}{(5x^2+3)^3}\,dx$ es igual a

Seleccione una:

- $\frac{10}{(5x^2+3)^3} + C$
- $\frac{-5}{(5x^2+3)^2} + C$
- $10\ln\left((5x^2+3)^3\right) + C$
- $\frac{-30}{(5x^2+3)^4} + C$

La respuesta correcta es la 2 da

Calcular

$$\int \frac{100\,x}{\left(5\,x^2+3\right)^3}\,dx$$

Usamos método de sustitución :

llamamos

$$u = 5\,x^2 + 3 \implies du = u'\,dx = 10\,x\,dx \implies du = 10\,x\,dx$$

sustituyendo :

$$\int \frac{100\,x}{\left(5\,x^2+3\right)^3}\,dx = \int \frac{10}{\left(5\,x^2+3\right)^3}\cdot 10\,x\,dx = 10\int \frac{1}{u^3}\cdot du = 10\int u^{-3}\cdot du =$$

$$= 10\cdot\frac{1}{(-3+1)}\,u^{-3+1} + \underset{\text{constante}}{C} = 10\cdot\frac{1}{(-2)}\,u^{-2} + \underset{\text{constante}}{C} = -5\,\left(5\,x^2+3\right)^{-2} + \underset{\text{cons}}{C} =$$

$$= -5\,\frac{1}{\left(5\,x^2+3\right)^2} + \underset{\text{constante}}{C} = -\frac{5}{\left(5\,x^2+3\right)^2} + \underset{\text{cc}}{C}$$

Por lo tanto :

$$\int \frac{100\,x}{\left(5\,x^2+3\right)^3}\,dx = -\frac{5}{\left(5\,x^2+3\right)^2} + \underset{\text{cc}}{C}$$

La respuesta correcta es la 2 da

+-+