Conceptos de Dominio, Codominio e Imagen de una función

Sea f una función, $f: \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$

El conjunto **A (**en general

$\mathbb{R}$, los números reales) se llama ***conjunto de partida.***

El conjunto **B (**en general

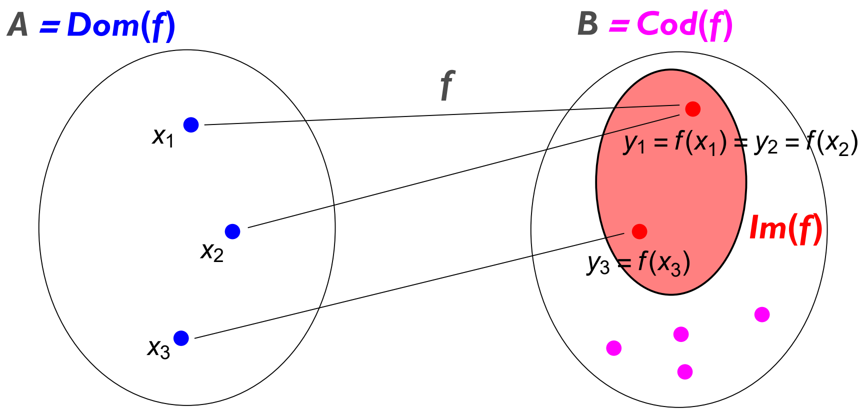
$\mathbb{R}$, los números reales) se llama ***conjunto de llegada.***

El **Dominio** de f es el conjunto
A y se escribe como ***Dom*** **(*f*)** o ***D*** **(*f*)**

El **Codominio** de f es el conjunto **B** y se escribe como ***Cod*** **(*f*)**

La **Imágen** de f es un subconjunto
del ***Cod*** **(*f*)** y se escribe como ***Im*** **(*f*)** o ***I*** **(*f*)**

Cuando se establece $\mathbf{f}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
se debe entender que ***Dom*** $(f) = \mathbb{R}$ y ***Cod*** $(f) = \mathbb{R}$



En forma coloquial, y si no se establece de antemano

(es decir, no nos dicen $f : A \to B$, y sólo nos dan la fórmula de f),

el **Dominio de f es el conjunto más amplio**

de $\mathbb{R}$ (los x) para los cuales se les puede

aplicar la fórmula de f, dando un resultado

Sin pérdida de generalidad, **el Codominio de f siempre es todo $\mathbb{R}$**

La Imágen de f es un subconjunto del Cod (f) = $\mathbb{R}$ (son todos los y) **que se obtiene al calcular f(x)**

Cálculo del Dom(f)

Observando la fórmula de f(x), hay que ver para cuáles x se puede

obtener un resultado
Por ejemplo, para funciones lineales, cuadráticas y, **polinomios de orden n en general,** se puede obtener un resultado para todo x en $\mathbb{R}$
-las funciones lineales son polinomios de orden 1, las funciones cuadráticas son polinomios de orden 2, las cúbicas de orden 3, etc.., entonces, **tienen como Dominio todo $\mathbb{R}$**

Pero existen otras funciones para las que no sucede esto, por ejemplo:

$f(x) = \sqrt{x-1}$, tiene Dom (f) = $[1, +\infty)$, porque no se puede calcular la raíz cuadrada de números reales negativos

**$g(x) = \frac{1}{x}$, tiene Dom (g) = $R - \{0\}$,
porque no se puede dividir por 0**

**$h(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$, tiene Dom (h) = $R - \{-1, 1\}$,
porque no se puede dividir por 0 que se da cuando $x = -1$ ó $x = 1$**

Cálculo de la Im(f)

Si se puede efectuar el cálculo, a partir de la fórmula y=f(x), debe despejarse x como función de y, viéndose para cuáles valores de y, se puede obtener un resultado -"sería como ver el dominio de las y, luego de despejar x"-
Si no se puede despejar x de la fórmula de f, pero se tiene el Gráfico de f, o debe realizarse un análisis de la función con el fin de obtener

el Gráfico aproximado de f -tipo como veremos en la Práctica 5-, el conjunto Im(f), son todas las “y” por donde se extiende el gráfico de f , proyectando el mismo sobre el eje y

Veamos estos ejemplos:

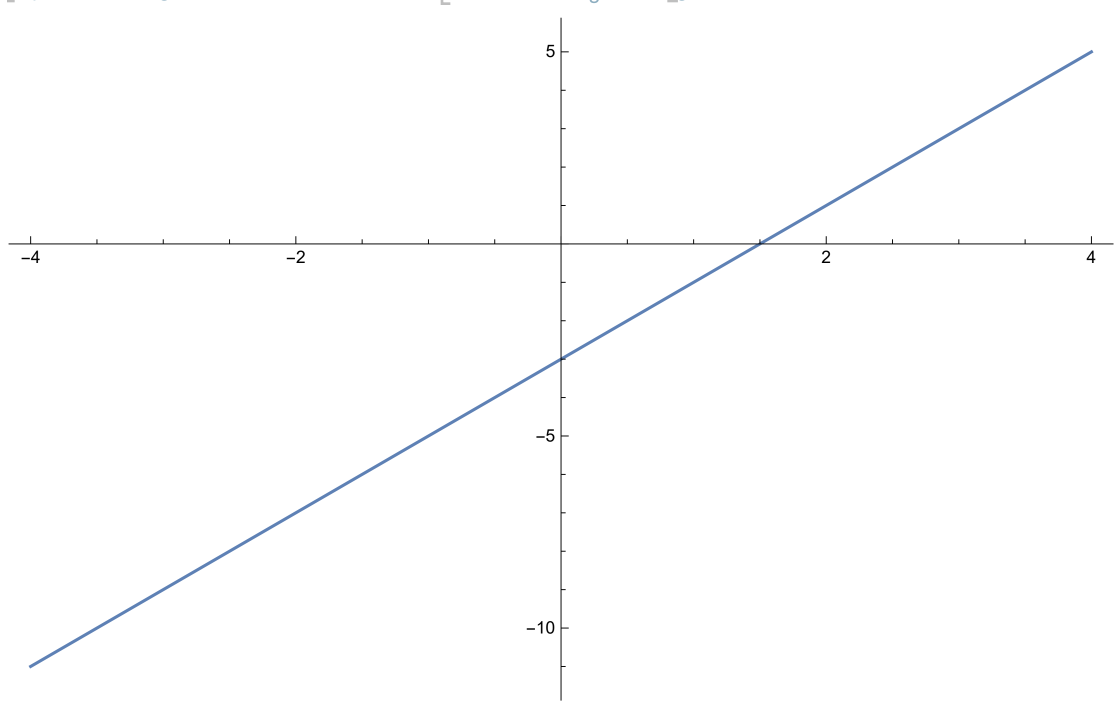
f (x) = 2 x - 3 $\Longrightarrow$ ponemos y = 2 x - 3, despejamos x

se obtiene x =
$\frac{1}{2}$ y + $\frac{3}{2}$ viéndose que se puede obtener un x para cualquier y

Entonces I (f) = $\mathbb{R}$
número i

Mirando el gráfico de f (x), es claro que el mismo cubre todo el eje y (se extiende de - ∞ a + ∞)

In[5]:= `Plot[2 x - 3, {x, -4, 4}, ImageSize → Large]`
representación gráfica   tamaño de imagen   grande

Out[5]=


Para f (x) = 2 x - 3, tenemos entonces; *D (f)* = $\mathbb{R}$, *Cod (f)* = $\mathbb{R}$, *I (f)* = $\mathbb{R}$

Si tenemos que decidir, por ej., si $-3 \in$ a I (f),

habrá que hacer la cuenta y despejar x, así :

$$-3 = 2x - 3 \Longrightarrow -3 + 3 = 2x \Longrightarrow 0 = 2x \Longrightarrow \frac{0}{2} = x \Longrightarrow 0 = x$$

Como pude obtener el x (dió x = 0) tal que f (x) = y = −3 ,

el $-3 \in$ a *I* (*f*)

porque ∃ un x (x = 0) que a través de f (x) genera el y = −3

Veamos otro ejemplo : $f(x) = \frac{1}{x+2}$

Tratemos de despejar x como función de y,

ponemos $y = \frac{1}{x+2} \Longrightarrow y(x+2) = 1$ **, distribuyendo,**

$$yx + 2y = 1 \Longrightarrow yx = 1 - 2y \Longrightarrow x = \frac{1-2y}{y}$$

$$\Longrightarrow x = \frac{1}{y} - 2$$

Acá se ve que y no puede ser 0 ⟹ *I* (*f*) = $\mathbb{R} - \{0\}$

Para $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$**, tenemos entonces;**

$D(f) = \mathbb{R} - \{-2\}$, $Cod(f) = \mathbb{R}$, $I(f) = \mathbb{R} - \{0\}$,

deriva número i

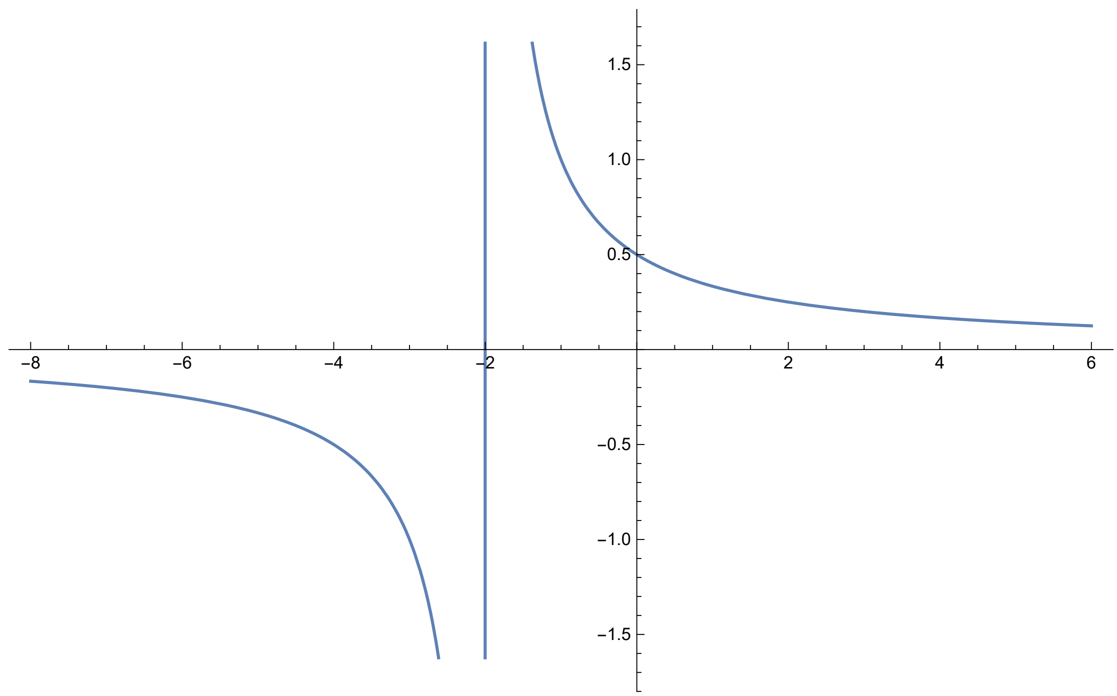
lo cual se ve muy bien observando el Gráfico de f

In[11]:=

```
Plot[1/(x + 2), {x, -8, 6}, ImageSize → Large]
```

representación gráfica tamaño de imagen grande

Out[11]=



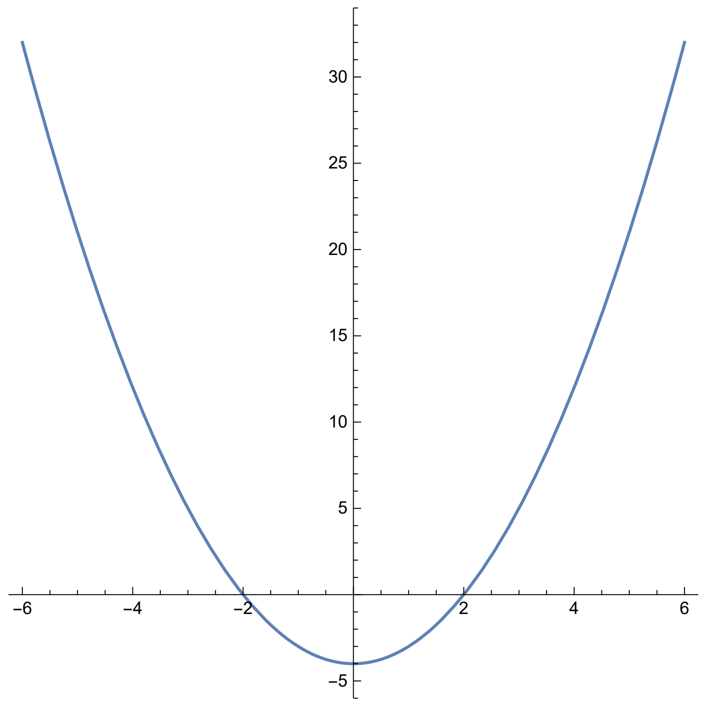
Otro ejemplos mirando el gráfico :

$f(x) = x^2 - 4$

In[24]:= `Plot[x^2 - 4, {x, -6, 6}, ImageSize → Medium, AspectRatio → 1]`

representación gráfica tamaño de imagen tamaño ⋯ cociente de aspecto

Out[24]=



D (f) = ℝ, Cod (f) = ℝ , I (f) = [-4, +∞)

---

f (x) = $\sqrt{x - 1}$

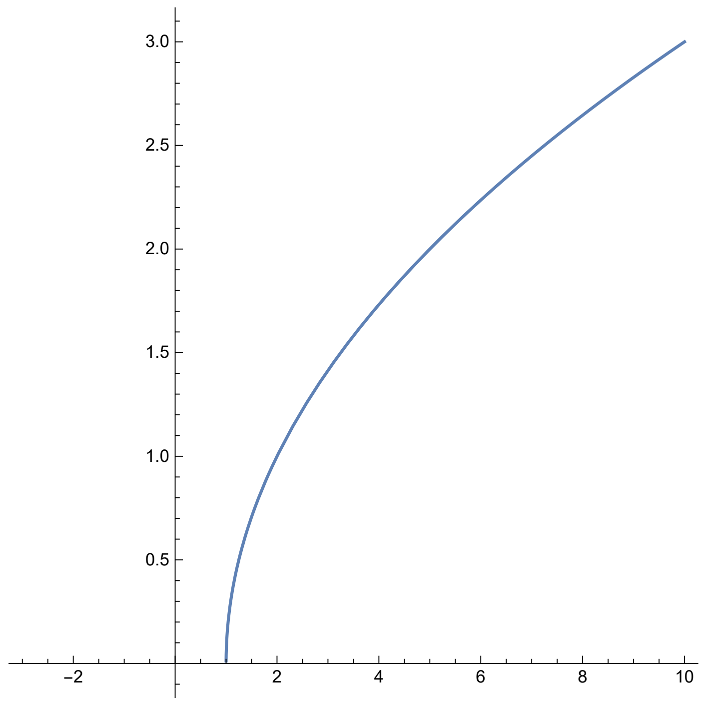
como no se pueden calcular raíces cuadradas de números negativos debe ser $x - 1 \geqslant 0$, es decir, $x \geqslant 1$

entonces D (f) = [1, +∞)

deriva

In[32]:=
```
Plot[√(x - 1), {x, -3, 10}, ImageSize → Medium, AspectRatio → 1]
```
representación gráfica · tamaño de imager · tamaño ··· · cociente de aspecto

Out[32]=



Observando el gráfico, se ve que se extiende sobre el eje positivo de las ordenadas, las y. entonces I(f)=[0,+∞)

D(f) = [1, +∞), Cod(f) = ℝ , I(f) = [0, +∞)
