

PRÁCTICA 4

FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

Ejercicio 1.- Graficar, hallar la imagen y dar la ecuación de la asíntota horizontal de f .

a. $f(x) = e^x + 2$

b. $f(x) = e^{x+1}$

c. $f(x) = e^{-x} - 2$

d. $f(x) = e^{-x+1} + 3$

Ejercicio 2.- Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. Dar, si existe, la ecuación de la asíntota horizontal.

a. $f(x) = e^{-x^2}$

b. $f(x) = e^{-2x}$

c. $f(x) = e^{-x^2+2} - 3$

d. $f(x) = e^{-x^2+5}$

Ejercicio 3.- Resolver.

a. $e^{2x-1} = 8$

b. $3e^{2-x} = 1$

c. $\ln(2x-3) = 0$

d. $\ln(5x-1) = 2$

Ejercicio 4.- Hallar el dominio y los ceros de f .

a. $f(x) = \ln\left(\frac{5x-8}{3x}\right)$

b. $f(x) = \ln\left(\frac{1}{2-x}\right)$

Ejercicio 5.- Hallar la función inversa f^{-1} . Dar su dominio y su imagen.

a. $f(x) = e^{2x+1}$

b. $f(x) = \ln(3-x)$

c. $f(x) = 2e^{4-5x} + 3$

d. $f(x) = 1 + \ln(2x+3)$

Ejercicio 6.- Hallar el dominio, las ecuaciones de las asíntotas verticales, los ceros y los conjuntos de positividad y de negatividad de f .

a. $f(x) = \ln(x-3)$

b. $f(x) = \ln(x^2-4)$

c. $f(x) = 1 - \ln(2x-3)$

d. $f(x) = \ln\left(\frac{1}{2}x^2 - 3x + 5\right)$

Ejercicio 7.- Hallar la función inversa f^{-1} y dar su dominio.

a. $f(x) = \frac{3}{\ln(x)} + 5$

b. $f(x) = \frac{2}{1+e^x}$

PRÁCTICA 4

Ejercicio 8.- Sea $f(x) = e^{4x-8} + b$. Hallar el valor de b para que la imagen de f sea el intervalo $(9; +\infty)$. Para el valor de b hallado, calcular la función inversa f^{-1} .

Ejercicio 9.- La población (en millones) de cierta región, t años después del año 2000, se puede aproximar mediante la función

$$f(t) = 300 \cdot (1,02)^t.$$

- ¿Cuántos individuos tenía en 2000?
- ¿y en 2010?
- Si no varían las condiciones, ¿cuántos tendrá en 2040?
- ¿Cuándo la población será el doble de lo que era en el año 2000?

Ejercicio 10.- Un jarro con agua se retira del fuego cuando el agua que contiene está hirviendo y se coloca en una habitación donde la temperatura ambiente es 20°C . La temperatura (en $^\circ \text{C}$) del agua, transcurridos t minutos de haber retirado el jarro del fuego viene dada por

$$T(t) = 20 + 80e^{-0,41t}.$$

- Hallar la temperatura del agua a los 5 minutos.
- ¿Cuánto tiempo deberá pasar para que la temperatura sea de 40°C ?

Ejercicio 11.- Hallar la función exponencial $f(x) = ka^x$ sabiendo que

- $f(0) = 5$ y $f(3) = 40$.
- $f(1) = 7,5$ y $f(5) = 292,96875$.

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Ejercicio 12.- Completar la tabla.

a.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\text{sen}(x)$		$\frac{1}{2}$			
$\text{cos}(x)$			$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	

PRÁCTICA 4

b.

x	$\frac{5}{6}\pi$	$-\pi/3$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{7}{3}\pi$	$-\frac{3}{4}\pi$	$\pi/3$	$\frac{7}{6}\pi$	$-\pi/4$
$\text{sen}(x)$								
$\text{cos}(x)$								

Ejercicio 13.- Encontrar todos los $x \in [-\pi; \pi]$ tales que

a. $\text{sen}(x) = \frac{1}{2}$

b. $\text{sen}(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

c. $\text{sen}(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

d. $\text{sen}(x) = -1$

e. $\text{cos}(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

f. $\text{cos}(x) = -\frac{1}{2}$

g. $\text{cos}(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

h. $\text{cos}(x) = 1$

Ejercicio 14.- Encontrar todos los $x \in [0; 2\pi]$ tales que

a. $\text{sen}(x) = -\frac{1}{2}$

b. $\text{sen}(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c. $\text{cos}(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d. $\text{cos}(x) = -1$

Ejercicio 15.- Encontrar todos los $x \in \mathbb{R}$ tales que

a. $\text{sen}(x) = -\frac{1}{2}$

b. $\text{sen}(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c. $\text{cos}(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d. $\text{cos}(x) = -1$

PRÁCTICA 4

Ejercicio 16.- Resolver.

a. $\operatorname{sen}(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ en $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$

b. $\operatorname{sen}(x) + \frac{1}{2} = 0$ en $[2\pi; 5\pi]$

c. $\cos(x) - \frac{1}{2} = 0$ en $[-\pi; 2\pi]$

d. $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ en $\left[\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$

Ejercicio 17.- Hallar los ceros y los conjuntos de positividad y de negatividad de f .

a. $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ en $[-\pi; 5\pi]$

b. $f(x) = \operatorname{sen}(2x) + 1$ en $[-\pi; 5\pi]$

c. $f(x) = 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$ en $[-\pi; 3\pi]$

d. $f(x) = 2 \operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$ en $[0; 3\pi]$

e. $f(x) = 2 \operatorname{sen}^2(x) - \operatorname{sen}(x)$ en $[-\pi; \pi]$

f. $f(x) = \left(\frac{1}{2} + \operatorname{sen}(x)\right) \cos(x)$ en $[-\pi; \pi]$

Ejercicio 18.- Hallar la imagen de f . Determinar el valor máximo y el valor mínimo de f e indicar en qué puntos se alcanzan dichos valores.

a. $f(x) = \frac{1}{3} \operatorname{sen}(x)$

b. $f(x) = -2 \operatorname{sen}(2x + \pi)$

c. $f(x) = 3 \cos(-x) + 2$

d. $f(x) = 2 \cos(3x) - 1$

Ejercicio 19.- Hallar la amplitud y el período de f .

a. $f(x) = \cos(x + \pi)$

b. $f(x) = 3 \operatorname{sen}(2x)$

c. $f(x) = -\operatorname{sen}(3x - \pi)$

d. $f(x) = 2 \cos\left(\frac{x}{2} + \pi\right)$

PRÁCTICA 4

Ejercicio 20.- Sea $f(x) = -3\text{sen}(x + \pi) + k$. Determinar el valor de k para que $\text{Im } f = [-4; 2]$. Con el valor de k hallado, dar un x_0 tal que $f(x_0) = -4$ y un x_1 tal que $f(x_1) = 2$.

Ejercicio 21.- Hallar los ceros, el conjunto de positividad y el de negatividad, los máximos y mínimos y la imagen de f . Hacer un gráfico aproximado.

a. $f(x) = 3\text{sen}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ en $[0; 2\pi]$

b. $f(x) = 2\cos(3x - \pi) - 1$ en $[\pi; 2\pi]$

c. $f(x) = 4\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ en $[-\pi; \pi]$

d. $f(x) = 2\text{sen}\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$ en $[-\pi; \pi]$

EJERCICIOS SURTIDOS

Ejercicio 1.- Sean $f(x) = x^2 + 3x + 3$, $g(x) = \ln(x)$. Hallar el dominio, los ceros y los conjuntos de positividad y de negatividad de $h = g \circ f$.

Ejercicio 2.- Sean $f(x) = 4 + \ln(x)$, $g(x) = 5x + 2$, $h = f \circ g$ y h^{-1} la función inversa de h . Calcular h^{-1} y dar el dominio y la imagen de h^{-1} .

Ejercicio 3.- Sean $f(x) = 3 - e^{4+2x}$ y f^{-1} la función inversa de f . Hallar $f^{-1}(x)$ y dar su dominio.

Ejercicio 4.- Sea $f(x) = ka^{x-1}$. Hallar $a > 0$ y $k \in \mathbb{R}$, si $f(-1) = 0,7$ y $f(4) = 22,4$. Para los valores hallados, calcular $f(8)$.

Ejercicio 5.- Sea $f(x) = 5\text{sen}(2x) + 2$. Determinar la imagen de f y hallar los $x \in [-\pi; \pi]$ para los cuales f alcanza el valor máximo.

PRÁCTICA 4

Ejercicio 6.- Se sabe que $f(x) = a \operatorname{sen}(2x) - 2$ tiene un cero en $x = \frac{\pi}{12}$. Determinar el valor de a e indicar, para el valor de a encontrado, la imagen de f .

Ejercicio 7.- Indicar los ceros y los conjuntos de positividad y de negatividad de

$$f(x) = 2 \cos^2(x) + \cos(x) \quad \text{para } x \in [0; \pi].$$

Ejercicio 8.- Sea $f(x) = 2 \operatorname{sen}(2x + \frac{\pi}{4})$. Hallar los ceros y los valores máximo y mínimo de f .

Ejercicio 9.- Sea $f : [0; \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2 \cos(x + \frac{\pi}{2})$. Encontrar todos los puntos en que el gráfico de f corta a la recta de ecuación $y = -1$.

Ejercicio 10.- Sea $f(x) = 2 + \operatorname{sen}(x + \pi)$. Determinar todos los $x \in [-2\pi; 3\pi]$ tales que

$$f(x) = \frac{5}{2}.$$