# PRÁCTICA 6

## INTEGRALES

**Ejercicio 1.-**

**a.** Hallar una función $g$ tal que

| | |
|---|---|
| **i.** $g'(x) = x$ | **ii.** $g'(x) = 3$ |
| **iii.** $g'(x) = \operatorname{sen}(x)$ | **iv.** $g'(x) = \cos(x)$ |
| **v.** $g'(x) = e^x$ | **vi.** $g'(x) = x^3$ |
| **vii.** $g'(x) = x^5 + 2x$ | **viii.** $g'(x) = 3 + e^x$ |

**b.** Hallar una primitiva de $f$.

| | |
|---|---|
| **i.** $f(x) = 2\operatorname{sen}(x)$ | **ii.** $f(x) = x^3 + \dfrac{1}{x}$ |
| **iii.** $f(x) = 3x^2 + \sqrt{x}$ | **iv.** $f(x) = -4e^x$ |

**Ejercicio 2.-** Hallar la función $g$ tal que

**a.** $g'(x) = 8x$ y $g(0) = 4$

**b.** $g'(x) = -x^3$ y $g(1) = 5$

**c.** $g'(x) = -2\cos(x)$ y $g(\frac{\pi}{2}) = 3$

**Ejercicio 3.-** Calcular las integrales.

| | |
|---|---|
| **a.** $\int x^2 dx$ | **b.** $\int x^{123} dx$ |
| **c.** $\int (2 + \sqrt{x}) dx$ | **d.** $\int (6x^2 + \operatorname{sen}(x)) dx$ |
| **e.** $\int (x^3 + 2) dx$ | **f.** $\int x^2(1 + \sqrt{x}) dx$ |
| **g.** $\int (e^x + \dfrac{1}{x^4}) dx$ | **h.** $\int (3\cos(x) - 2\operatorname{sen}(x)) dx$ |

**Ejercicio 4.-** Calcular aplicando el método de sustitución.

| | |
|---|---|
| **a.** $\int \dfrac{x}{x^2+1} dx$ | **b.** $\int 4\operatorname{sen}(4x) dx$ |
| **c.** $\int \cos(4x) dx$ | **d.** $\int \dfrac{1}{x+3} dx$ |
| **e.** $\int x\sqrt{x^2+3} dx$ | **f.** $\int \dfrac{dx}{(3x+1)^2}$ |

**g.** $\int \frac{\ln(x)}{x}dx$

**h.** $\int \frac{\cos(x)}{\text{sen}^5(x)}dx$

**i.** $\int e^{-6x}dx$

**j.** $\int \frac{\ln^3(x)}{x}dx$

**k.** $\int x^2\cos(x^3)dx$

**l.** $\int \frac{\cos(\ln(x))}{x}dx$

**m.** $\int \frac{\ln(-2x+3)}{-4x+6}dx$

**n.** $\int \frac{4x^3+6x^2}{3x^4+6x^3-9}dx$

**o.** $\int x\sqrt{x+2}dx$

**p.** $\int x(3x+1)^5dx$

**q.** $\int xe^{x^2+5}dx$

**r.** $\int e^{\cos(x)}\text{sen}(x)dx$

**Ejercicio 5.-** Calcular aplicando el método de integración por partes.

**a.** $\int x\cos(x)dx$

**b.** $\int xe^x dx$

**c.** $\int x\sqrt{x+2}dx$

**d.** $\int x^9\ln(x)dx$

**e.** $\int x^3\ln\left(\frac{1}{x}\right)dx$

**f.** $\int x^2e^{-x}dx$

**g.** $\int x^2\text{sen}(x)dx$

**h.** $\int (x^2+x)(x-2)^{-3}dx$

**Ejercicio 6.-** Calcular.

**a.** $\int x^{3/2}(x-3)^2dx$

**b.** $\int \frac{\text{sen}(\ln(x))}{x}dx$

**c.** $\int \left(x^3+5x^2+(5x-1)^3\right)dx$

**d.** $\int \ln(\text{sen}(x))\frac{\cos(x)}{\text{sen}(x)}dx$

**e.** $\int \left(\frac{\cos(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}}+1\right)dx$

**f.** $\int \left(x^2\cos(6x-2)+e^{2x}\right)dx$

**Ejercicio 7.-** Hallar la función $g$ tal que

**a.** $g'(x)=\frac{4x^3-6x+2}{x^4-3x^2+2x+1}$ y $g(1)=5$

**b.** $g'(x)=x\sqrt{3x^2+9}$ y $g(3)=20$

**c.** $g'(x)=xe^x$ y $g(0)=4$

**d.** $g'(x)=\ln(\sqrt{x+2})$ y $g(-1)=3$

**Ejercicio 8.-** La aceleración de un móvil en el instante $t$ está dada por $a(t) = t(t-6)\,\mathrm{km}/\mathrm{h}^2$. El móvil parte, en el instante inicial $t=0$, a una velocidad de $40\,\mathrm{km}/\mathrm{h}$. ¿Cuál es la velocidad $v(t)$ para $0 \le t \le 6$? (Recordar que la aceleración $a$ es la derivada de la velocidad instantánea $v$, esto es $a(t) = v'(t)$.)

**Ejercicio 9.-** Un cohete está en reposo en el instante $t=0$. Mediante mediciones en el interior del cohete se comprueba que experimenta una aceleración $a(t) = t^{1/2} + 2$, para todo $t \ge 0$, donde el tiempo se mide en segundos y la aceleración en $\mathrm{m}/\mathrm{seg}^2$. ¿Qué velocidad tiene en el instante $t = 36$? ¿A qué distancia del punto de partida está en ese instante?

**Ejercicio 10.-** Usando la regla de Barrow, calcular las siguientes integrales definidas.

**a.** $\displaystyle\int_{-1}^{2} 4x\,dx$ **b.** $\displaystyle\int_{1}^{4} \sqrt{x}\,dx$

**c.** $\displaystyle\int_{0}^{\pi/2} \cos(t)\,dt$ **d.** $\displaystyle\int_{0}^{\pi} \cos(t)\,dt$

**e.** $\displaystyle\int_{0}^{\pi} \mathrm{sen}(u)\,du$ **f.** $\displaystyle\int_{-1}^{1} e^{-x+1}\,dx$

**Ejercicio 11.-** Usando la regla de Barrow, calcular las siguientes integrales definidas.

**a.** $\displaystyle\int_{-1}^{1} e^{x}(x+1)^2\,dx$ **b.** $\displaystyle\int_{0}^{e-1} \frac{dt}{t+1}$

**c.** $\displaystyle\int_{0}^{3} (x^2+2)\sqrt{x+1}\,dx$ **d.** $\displaystyle\int_{\pi/2}^{\pi} (1-\cos(2x))^3\,\mathrm{sen}(2x)\,dx$

**e.** $\displaystyle\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos(u)}{\mathrm{sen}^2(u)}\,du$ **f.** $\displaystyle\int_{0}^{1} (e^{2x} - e^{-2x})\,dx$

**g.** $\displaystyle\int_{1}^{4} \left(\frac{(\ln x)^2}{x} + x\right)dx$ **h.** $\displaystyle\int_{0}^{2\pi} (t-\pi)\cos(t)\,dt$

**Ejercicio 12.-**

**a.** Sabiendo que $\int_1^3 f(x)dx = 5$, calcular $\int_1^3 (f(x) + 2x)dx$.

**b.** Sabiendo que $\int_{-2}^{1} (f(t) - 3)dt = -2$, calcular $\int_{-2}^{1} f(t)dt$.

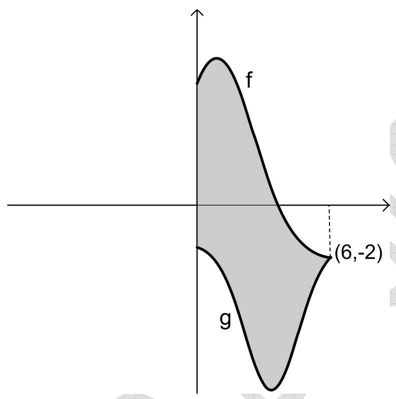
**Ejercicio 13.-**

**a.** Hallar $a \in \mathbb{R}$ tal que $\int_1^a \frac{4}{x^2}dx = \frac{16}{5}$.

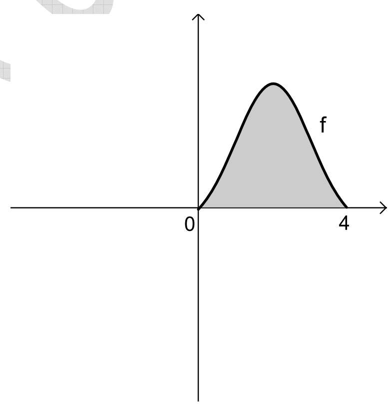
**b.** Hallar $a \in \mathbb{R}$ tal que $\int_0^4 (3\sqrt{x} + ax)dx = 0$.

**Ejercicio 14.-** Expresar, usando integrales definidas, el área de las regiones sombreadas.

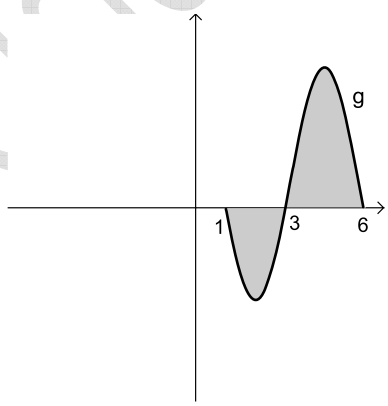
**a.**



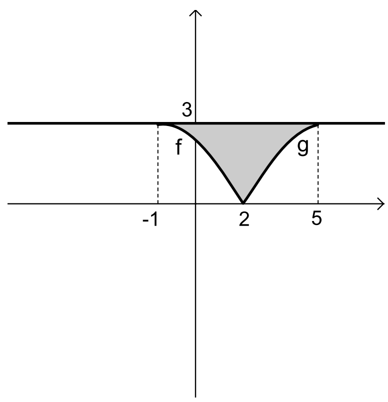

**b.**



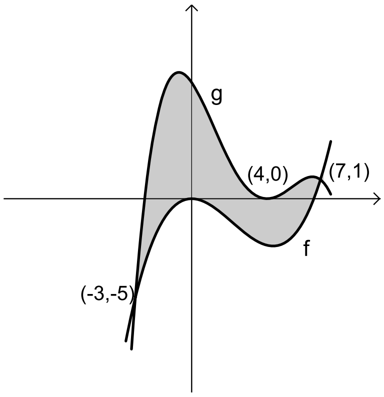

**c.**



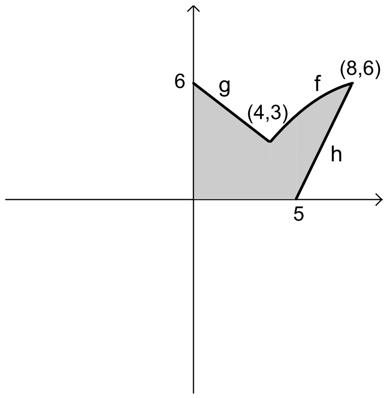

**d.**



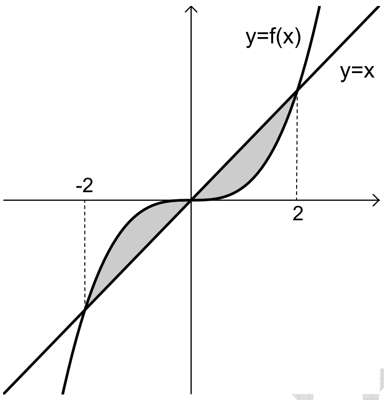
**e.**



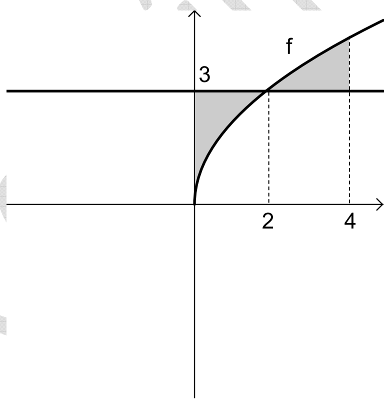

**f.**



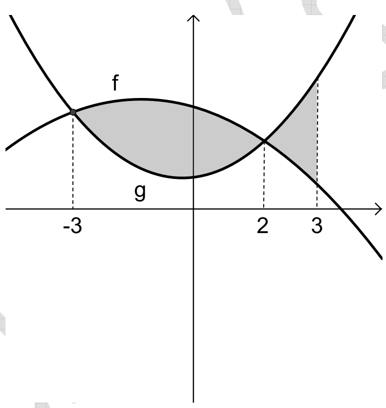

**g.**



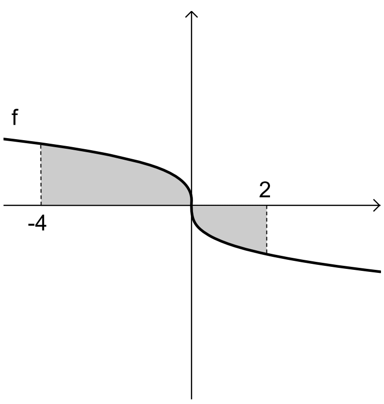

**h.**




**i.**




**j.**




**Ejercicio 15.-** Calcular el área de la región encerrada entre:

**a.** el gráfico de $f(x) = x^2 + 2x - 3$ y el eje $x$.

**b.** el gráfico de $f(x) = x^3 - 3x^2 - 10x$ y el eje $x$.

**c.** los gráficos de $f(x) = -x + 4$ y $g(x) = x^2 + 2x$.

**d.** los gráficos de $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = -x + 6$ y el eje $x$.

**e.** los gráficos de $f(x) = x^3 - 1$ y $g(x) = 4x - 1$.

**f.** los gráficos de $f(x) = 2x^2 + 6x - 5$ y $g(x) = x^2 - 3x + 5$.

**Ejercicio 16.-** Calcular el área de la región comprendida entre los gráficos de

**a.** $f(x) = -x+2$ y $g(x) = x(x-2)$ para $0 \le x \le 3$

**b.** $f(x) = -x+2$ y $g(x) = x(x-2)$ para $-2 \le x \le 4$

**c.** $f(x) = e^{-x}$ y $g(x) = e^{2x}$ para $-1 \le x \le 1$

**d.** $f(x) = -x^2 - x + 2$ y el eje $x$ para $-3 \le x \le 3$

**e.** $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)$ y $g(x) = \sqrt{x-1}$ para $1 \le x \le 10$

**f.** $f(x) = x^2 + 4x + 2$ y $g(x) = -2x^2 + 7x + 8$ para $-2 \le x \le 6$

**Ejercicio 17.-** Calcular el área de la región limitada por

**a.** los gráficos de $f(x) = \sqrt{x-5}$, $g(x) = \sqrt{5-x}$ y la recta $y = 2$.

**b.** los gráficos de $f(x) = \sqrt{10-x}$, $g(x) = \sqrt{x}$ y el eje $x$.

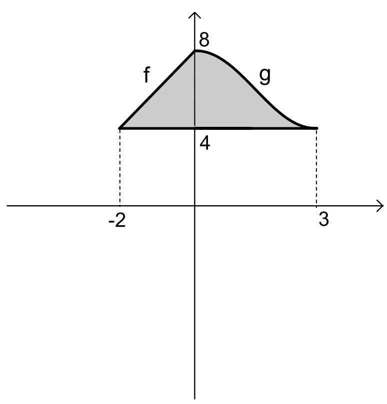
**c.** el eje $y$, la curva $y = \sqrt{x}$ y la recta $y = -x+6$.

**d.** las curvas $y = \frac{16}{x^2}$, $x = 4$, $y = 2x$.

**e.** las curvas $y = \frac{16}{x^2}$, $y = 2x$, $y = 16$.

**f.** las curvas $y = \sqrt{x-2}$, $y = 2x - 10$ y el eje $x$.

**Ejercicio 18.-** Sabiendo que el área de la región sombreada vale 10, calcular $\int_0^3 g(x)dx$.



# EJERCICIOS SURTIDOS

**Ejercicio 1.-** Calcular el área de la región encerrada entre las curvas $y=\sqrt{x+9}$, $y=2$ y el eje $y$.

**Ejercicio 2.-** Calcular el área de la región encerrada entre el eje $x$ y los gráficos de $f(x)=(x+1)^2$ y $g(x)=\dfrac{-x+1}{x+1}$.

**Ejercicio 3.-** Calcular el área de la región limitada por los gráficos de $f(x)=\dfrac{6}{x}$, $g(x)=x+1$ y $h(x)=x-1$.

**Ejercicio 4.-** Calcular el área de la región comprendida entre el gráfico de $f(x)=\ln(\frac{2}{3}x-3)$ y el eje $x$ para $5\le x\le 9$.

**Ejercicio 5.-** Calcular el área de la región que encierran el gráfico de $f(x)=\sqrt{x-3}$; la recta tangente al mismo en $(7, f(7))$ y el eje $x$.

**Ejercicio 6.-** Calcular .

**a.** $\displaystyle\int\left(\sqrt[3]{x}+\frac{\ln(x)}{3x}\right)dx$

**b.** $\displaystyle\int\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}\,dx$

**c.** $\displaystyle\int\left(2+x\sqrt{4+5x^2}\right)dx$

**d.** $\displaystyle\int\left(x\cos(x^2+6)+\operatorname{sen}(x)\right)dx$

**e.** $\displaystyle\int x\cos(3x+1)dx$

**f.** $\displaystyle\int(3x-1)e^{2x}dx$

**g.** $\displaystyle\int\frac{3\cos(\ln(x+2))}{x+2}\,dx$

**h.** $\displaystyle\int\sqrt[5]{\cos(3x+2)}\,\operatorname{sen}(3x+2)dx$

**i.** $\displaystyle\int x^2(3x+\ln(x))dx$

**j.** $\displaystyle\int(x+5)x^{4/5}dx$

**k.** $\displaystyle\int 3\operatorname{sen}(5+e^{4x})e^{4x}dx$

**l.** $\displaystyle\int\frac{7}{(x-3)\left(\ln(2x-6)\right)^5}\,dx$

**m.** $\displaystyle\int\left(\sqrt{5x+1}+e^{2x-1}\right)dx$

**n.** $\displaystyle\int\left(x^2e^{-x^3}+x^2\right)dx$

**Ejercicio 7.-** Para la función $f(x) = 5x\,\text{sen}(x^2)$, hallar una primitiva $F(x)$ que verifique $F(0) = 1$.

**Ejercicio 8.-** Hallar la función $f$ sabiendo que

**a.** $f'(x) = \dfrac{5}{x-2} - 6x^2$ y $f(3) = 100$.

**b.** $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3x+1}}$ y $f(1) = 2$.