- Mate51 - Final A - 1C26 - Primera Fecha - Cátedra Única (Gutiérrez)

Final de Matemática (51) — Final A - Primera fecha - julio 2026 — Tema 1

Apellido:	Nombre:	DNI:

Bien	Mal	N/C	NOTA

INSCRIPTO EN:

Sede:	Cuatr.:	Año:
Días:	Horario:	Aula:

Firma: .....

Para aprobar el examen es necesario tener por lo menos 5 respuestas correctas y la cantidad de incorrectas no puede superar a la de correctas. En cada ejercicio hay una **única** respuesta correcta.

1.- Si $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x}{x+2} > 0 \right\}$, entonces

■ $1 \in A$ y $0 \notin A$ ☐ $1 \in A$ y $0 \in A$
☐ $1 \notin A$ y $0 \in A$ ☐ $1 \notin A$ y $0 \notin A$

2.- Si f es función lineal que verifica $f(-1) = 0$ y $f(3) = 8$ entonces $f(0) =$

☐ 5 ☐ 1 ☐ −1 ■ 2

3.- El vértice del gráfico de $f(x) = -2x(x-2)$ es

■ $(1,2)$ ☐ $(1,-2)$ ☐ $(0,0)$ ☐ $(2,0)$

4.- Si $f(x) = 4x + e^{x-1}$ y $g(x) = 3x - 5$, el valor de $(f \circ g)(2)$ es

☐ 1 ☐ $e+8$ ■ 5 ☐ 9

5.- La cantidad de soluciones de la ecuación $\cos(x) = 0$ en $(-2\pi; 2\pi)$ es

■ 4 ☐ 3 ☐ 2 ☐ 1

6.- Las asíntotas de $f(x) = \frac{4x-4}{2x+4}$ son

☐ $x = -2$ e $y = 1$ ■ $x = -2$ e $y = 2$
☐ $x = 1$ e $y = 2$ ☐ $x = 2$ e $y = -2$

Continúa ...

Final de Matemática (51) — Final A - Primera fecha - julio 2026 — Tema 1

7.- La pendiente de la recta tangente al gráfico de $f(x) = \frac{2x}{3x-2}$ en el punto de abscisa $x = 2$ es

☐ $\frac{5}{4}$ ☐ $\frac{2}{3}$ ■ $-\frac{1}{4}$ ☐ $-\frac{3}{2}$

8.- Si la derivada de f es $f'(x) = \frac{x-3}{x^2+4}$ entonces f decrece en

☐ $(3; +\infty)$ ☐ $(-\infty; 2)$ ☐ $(2; +\infty)$ ■ $(-\infty; 3)$

9.- La derivada de $f(x) = x^2 \cos(x)$ es $f'(x) =$

☐ $-2x \operatorname{sen}(x)$ ■ $2x\cos(x) - x^2 \operatorname{sen}(x)$
☐ $2x\cos(x) + x^2 \operatorname{sen}(x)$ ☐ $2x \operatorname{sen}(x)$

10.- Sea $f(x) = e^{x-3} + 2$, entonces $f^{-1}(x)$ es

☐ $\ln(x-3)+2$ ☐ $\ln(x+3)-2$
☐ $\ln(x+2)-3$ ■ $\ln(x-2)+3$

11.- La función $f(x) = xe^{-2x}$ tiene un

☐ mínimo en $x = \frac{1}{2}$ ☐ mínimo en $x = -1$
■ máximo en $x = \frac{1}{2}$ ☐ máximo en $x = -1$

12.- Una primitiva de la función $f(x) = 4xe^{x^2+10}$ es

■ $2e^{x^2+10}$ ☐ $4x^2e^{x^2+10}$ ☐ $4e^{x^2+10}$ ☐ $2x^2e^{x^2+10}$

13.- Si $f'(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ y $f(0) = 3$ entonces $f(x) =$

☐ $\frac{3}{x^2+1}$ ☐ $3\ln(x^2+1)$
■ $\ln(x^2+1)+3$ ☐ $\frac{x^2}{x^2+1}+3$

14.- Si $\int_1^2 (3x^2 - f(x))\,dx = 6$, entonces $\int_1^2 f(x)\,dx$ es

☐ 2 ☐ −1 ☐ −2 ■ 1

15.- El área de la región encerrada entre los gráficos de $f(x) = 3x^2$ y $g(x) = 12$ es

☐ 16 ■ 32 ☐ 12 ☐ 24

Acerca de la aprobación del Final de Mate 51 Cát Única 2 do Cuatri 2026

Es un examen tipo Múltiple choice de 15 ejercicios con 4 opciones cada uno,
de las cuales deben marcar la
única opción que consideren correcta

Fíjense lo que dice en la 1 er página del examen que se les entrega :

Para aprobar el examen es necesario tener por lo
menos 6 respuestas correctas y la cantidad de incorrectas
no puede superar a la de correctas. En cada ejercicio hay una única respuesta correcta.

Llamemos B (Bien) a las respuestas correctas,
M (Mal) a las incorrectas y N / C a las no contestadas
v·· constante

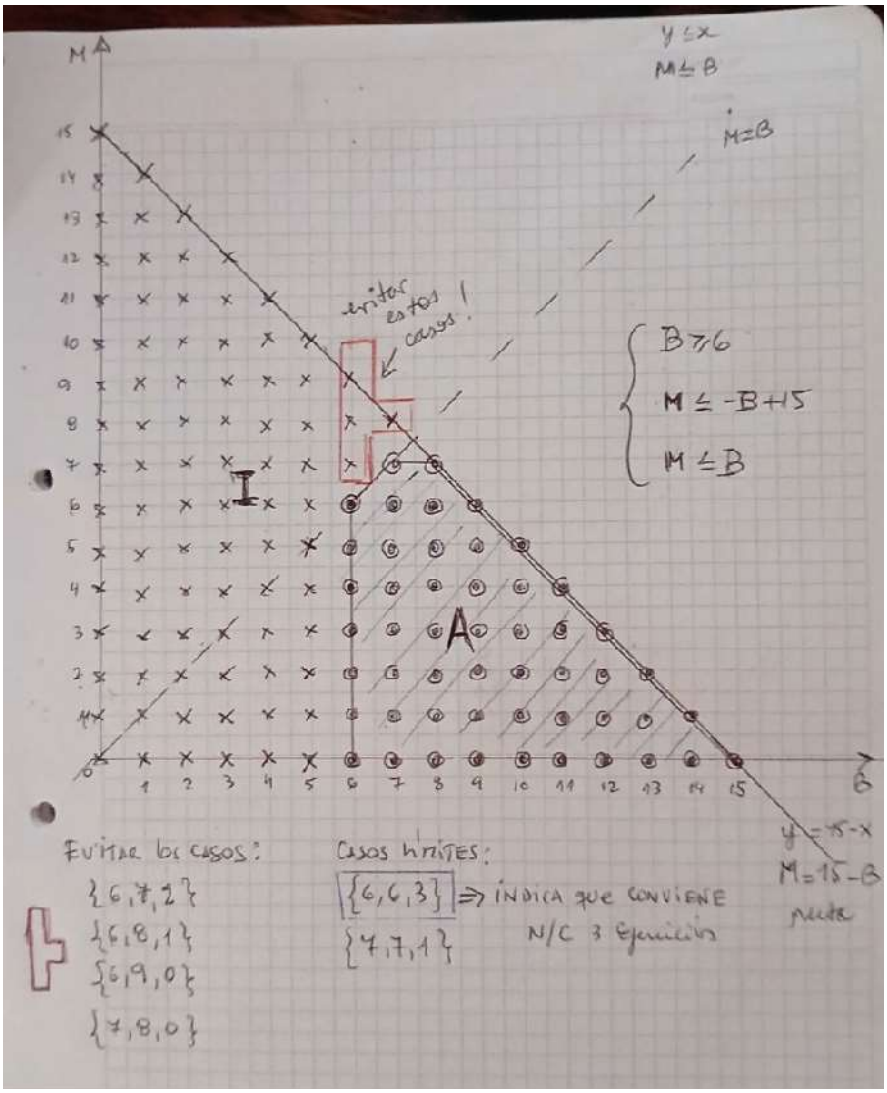
Las N / C no suman ni restan
v·· constante

Para Aprobar con Nota 4 deben tener por lo menos
6 B y la cantidad de M no puede ser mayor o igual que 7.

la cantidad de B + M + N / C = 15
v·· constante

Aprueba si B ≥ 6 y M ≤ 6 entonces hay que tener cuidado con la cantidad de N / C
v·· co

De todo el universo de posibilidades de combinaciones
{B, M, N / C} analicemos las que nos juegan en contra de aprobar :
v·· constante



Conclusión :

El caso límite {6, 6, 3} con el que se Aprueba, esto es 6 Bien, 6 Mal y 3 NC es el que nos indica que si vienen muy jugad@s con las respuestas correctas conviene No Contestar 3 respuestas para que no aparezcan los casos {6, 7, 2}, {6, 8, 1}, {6, 9, 0} y {7, 8, 0}

Resolución del Final

1 era parte Prácticas 0, 1, 2, 3 y 4

1.- Si $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x}{x+2} > 0 \right\}$, entonces

■ $1 \in A$ y $0 \notin A$ □ $1 \in A$ y $0 \in A$

□ $1 \notin A$ y $0 \in A$ □ $1 \notin A$ y $0 \notin A$

Como no se pide la resolución del conjunto A sólo basta con verificar con los números 1 y 0 cuál de las 4 opciones es la correcta para marcarla en el papel del examen

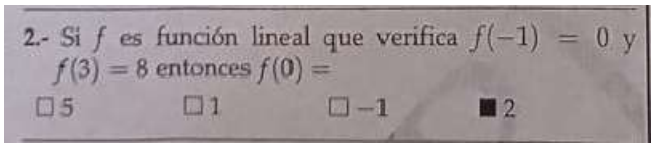
Vemos que si reemplazamos el 1 en la expresión $\frac{x}{x+2}$ **da** $\frac{1}{1+2} = \frac{1}{3} > 0$

entonces $x = 1$ **pertenece al conjunto A,** $1 \in A$

Pero si reemplazamos el 0 en la expresión $\frac{x}{x+2}$ **da** $\frac{0}{0+2} = \frac{0}{2} = 0 \not> 0$ **, es igual a 0**

entonces $x = 0$ **no pertenece al conjunto A,** $0 \notin A$

La única opción correcta es la primera : $1 \in A$ **y** $0 \notin A$



Obtenemos la función lineal f, $f(x) = m\,x + b$ **para luego calcular** $f(0)$

Se sabe que $f(-1) = 0$ **y que** $f(3) = 8$,
es decir que el Gráf (f), que es una recta, pasa por los puntos :

$P_1 = (x_1, f(x_1)) = (x_1, y_1) = (-1, 0)$

$P_2 = (x_2, f(x_2)) = (x_2, y_2) = (3, 8)$

Sabiendo que la pendiente m **se calcula como** $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ **, reemplazando :**

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 0}{3 - (-1)} = \frac{8}{3 + 1} = \frac{8}{4} = 2$$

De todas las funciones lineales $f(x) = m\,x + b$

buscamos las que tienen $m = 2$ **y que pasan por** P_1 **y** P_2

es decir :

$f(x) = 2\,x + b$ **y que pasan por** $(-1, 0)$ **y** $(3, 8)$

Solo resta reemplazar las coordenadas de alguno de los dos puntos para obtener b,
la ordenada al origen de la recta

Estamos usando el hecho de que un punto P pertenece
a una función si sus coordenadas satisfacen la fórmula de f

Por ejemplo, usemos el punto $P_1 = (-1, 0) = (-1, f(-1))$

Si $x = -1$ **reemplazando en** $f(x) = 2\,x + b$ **quedará :**

$f(-1) = 2(-1) + b$ **y como** $f(-1) = 0$ **no queda una ecuación para despejar el valor de b :**

$0 = 2\,(-1) + b$

$0 = -2 + b$

$2 = b$

Por lo tanto, la función lineal que satisface $f(-1) = 0$ y $f(3) = 8$ es :

$f(x) = 2x + 2$

Para verificar que f está bien,
puedo reemplazar las coordenadas de $P_2 = (3, 8)$ y verificar la igualdad
$f(x) = 2x + 2$

8 es igual a ? a $2.3 + 2$. Sí, entonces el punto $P_2 =$
$(3, 8) \in$ Gráf (f) pues sus coordenadas satisfacen la fórmula de f (x)

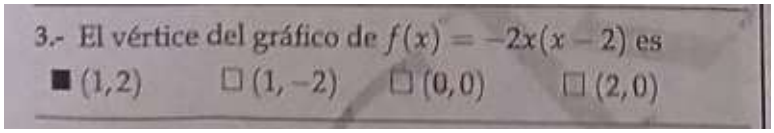
Comentario : Por ejemplo me podrían preguntar si el punto $(2, 5)$ pertenece a $f(x) = 2x + 2$
reemplazando las coordenadas del punto se ve que NO

pues si $x = 2$, $2.2 + 2 = 6$ y no da 5 entonces el punto $(2, 5)$ no pertenece a $f(x) = 2x + 2$

Para terminar de responder el Ej 2, con $f(x) = 2x + 2$, falta calcular $f(0)$

si $x = 0$, $f(0) = 2.0 + 2 = 0 + 2 = 2$

La única respuesta correcta al Ej2 es la 4 ta opción, $f(0) = 2$



f (x) es una función cuadrática escrita en forma factorizada $f(x) = a.(x - x_1).(x - x_2)$
con x_1 y x_2 raíces o ceros de f (x) ,
soluciones de la ecuación cuadrática $0 = a.(x - x_1).(x - x_2)$ que son los x
para los cuales la función "corta" al eje x.

La función cuadrática $f(x) = -2x\,(x-2)$ dada tiene, pues $f(x) = -2\,(x-0).(x-2)$:

$a = -2$; $x_1 = 0$; $x_2 = 2$ y como $a < 0$ la parábola es "triste" ,
tiene un máximo en el x del vértice.

Recordar las tres fórmulas de escribir una función cuadrática :

1) forma polinómica : $f(x) = a x^2 + b x + c$

2) forma canónica : $f(x) = a\,(x - x_v)^2 + y_v$, con $V = (x_v, y_v)$ el vértice de la parábola

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

o si la función cuadrática tiene raíces x_1 y x_2, la semisuma de las raíces

$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}$

una vez calculado el x_v, se reemplaza en f (x) para calcular $y_v = f(x_v)$

3) forma factorizada : $f(x) = a.(x - x_1).(x - x_2)$

Calculemos el vértice de $f(x) = -2x(x-2)$:

como $x_1 = 0$; $x_2 = 2$ son las raíces usamos

$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0+2}{2} = \frac{2}{2} = 1$

reemplazando $x_v = 1$ en $f(x) = -2x(x-2)$ para obtener $y_v = f(x_v)$:

$y_v = f(1) = -2.1.(1-2) = (-2).(-1) = 2$

Entonces las coordenadas del vértice de $f(x) = -2x(x-2)$ son $V = (1, 2)$

La opción correcta a marcar es la 1 era opción

** ** ** ** ** ** ** **

Nota : También podrían haber desarrollado $f(x) = -2x(x-2)$

$f(x) = -2x^2 + 4x$

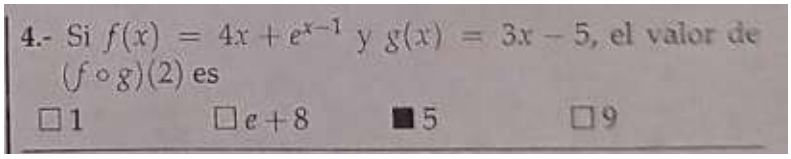
para concluir que los coeficientes a, b, c de la función cuadrática son :

$a = -2$; $b = 4$; $c = 0$; y usando que $x_v = \frac{-b}{2a}$

sale $x_v = \frac{-4}{2(-2)} = \frac{-4}{-4} = 1$

luego $y_v = f(1) = -2.(1)^2 + 4.1 = -2 + 4 = 2$

Entonces, $V = (x_v, y_v) = (1, 2)$


4.- Si $f(x) = 4x + e^{x-1}$ y $g(x) = 3x - 5$, el valor de $(f \circ g)(2)$ es

☐ 1 ☐ $e + 8$ ■ 5 ☐ 9

Composición de funciones $f_o g(x) = f(g(x))$ "es reemplazar g en los x de f" :

$f(x) = 4x + e^{x-1}$; $g(x) = 3x - 5$

$f_o g(x) = f(g(x)) = 4g(x) + e^{g(x)-1} = 4.(3x-5) + e^{(3x-5)-1} = 12x - 20 + e^{3x-6}$

si x = 2 reemplazamos :

$f_o g(2) = 12.2 - 20 + e^{3.2-6} = 24 - 20 + e^0 = 24 - 20 + 1 = 5$

La opción correcta a marcar es la 3 era opción

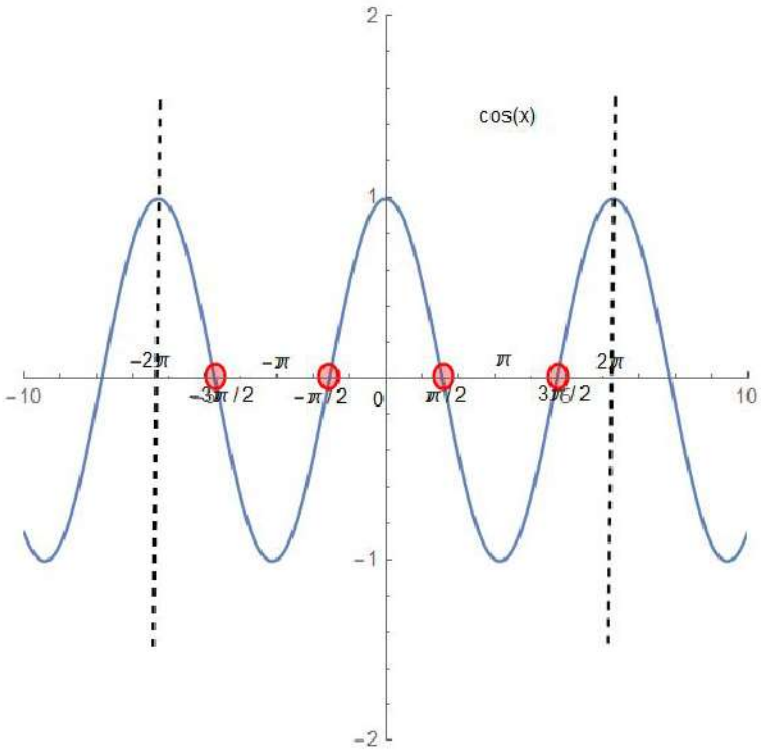
5.- La cantidad de soluciones de la ecuación $\cos(x) = 0$ en $(-2\pi; 2\pi)$ es

■ 4 □ 3 □ 2 □ 1

Las soluciones a la ecuación cos (x) = 0 son las raíces del cos (x) en $(-2\pi, 2\pi)$

es decir los x en donde el cos (x) corta al eje x en $(-2\pi, 2\pi)$

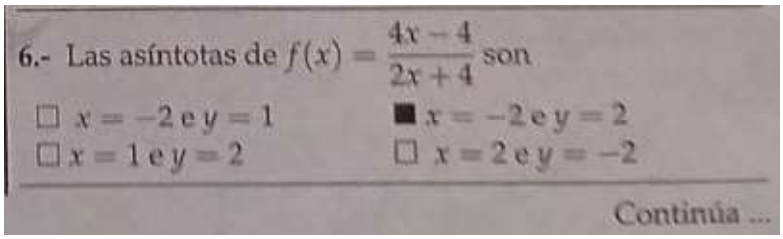
Recordemos el Gráfico del Coseno



Las soluciones a cos (x) = 0 en $(-2\pi, 2\pi)$ son :

$\left\{-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\}$, **son 4 soluciones en** $(-2\pi, 2\pi)$

La opción correcta a marcar es la 1 era opción



$f(x) = \frac{4x-4}{2x+4}$

es una función homográfica del tipo : $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$

Estas funciones tienen una AH asíntota horizontal, con ecuación de la recta horizontal

$y = \frac{a}{c}$

y una AV asíntota vertical con ecuación de la recta vertical

$x = \frac{-d}{c}$, que es el x que anula el denominador y no forma parte del Dom (f)

** ** ** ** ** ** ** **

Con $f(x) = \frac{4x-4}{2x+4}$

si $2x+4 = 0$ se anula el denominador en $2x = -4 \Rightarrow x = \frac{-4}{2} \Rightarrow x = -2$

Entonces el Dom (f) = $\mathbb{R} - \{-2\}$ y

AV ecuación de la recta vertical es : $x = -2$

pues $x = -2$ anula el denominador pero no anula el numerador

** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ***

En cuanto a la AH de $f(x) = \frac{4x-4}{2x+4}$:

$y = \frac{a}{c} = \frac{4}{2} = 2$

$y = 2$, es la ecuación de la recta horizontal que es AH de f (x)

Por lo tanto, las asíntotas de f (x) son $x = -2$ e $y = 2$

La opción correcta a marcar es la 2 da opción

** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ***

Recordemos la definición de AV :

Si $\lim_{x \to a^+} f(x) = \pm\infty$ ó $\lim_{x \to a^-} f(x) = \pm\infty \Longrightarrow$ la recta vertical $x = a$ es AV

en nuestro caso :

$\lim_{x\to -2^+} \frac{4x-4}{2x+4} = -\infty$ CAux : $\frac{4(-2^+)-4}{2(-2^+)+4} \to \frac{-12^+}{-4^++4} \to \frac{-12^+}{0^+} \to -\infty$

entonces x = -2 es AV por derecha de f (x)

y

$\lim_{x\to -2^-} \frac{4x-4}{2x+4} = +\infty$ CAux : $\frac{4(-2^-)-4}{2(-2^-)+4} \to \frac{-12^-}{-4^-+4} \to \frac{-12^-}{0^-} \to +\infty$

entonces x = -2 es AV por izquierda de f (x)

Se dice que x = -2 es AV de f (x)
(con que alguno de los dos limites laterales dé ±
∞ ya alcanza para decir que x = -2 es AV de f (x))

** ** ** ** ** ** ** ** ** ***

Recordemos la definición de AH :

Si $\lim_{x\to+\infty} f(x) = b$ ó $\lim_{x\to-\infty} f(x) = b \implies$ la recta y = b es AH de f (x) (b es un número real)

en nuestro caso :

$\lim_{x\to+\infty} \frac{4x-4}{2x+4} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\left(4-\frac{4}{x}\right)}{x\left(2-\frac{4}{x}\right)} = \lim_{x\to+\infty} \frac{4}{2} = 2 \implies$ la recta y = 2 es AH por derecha de f (x)

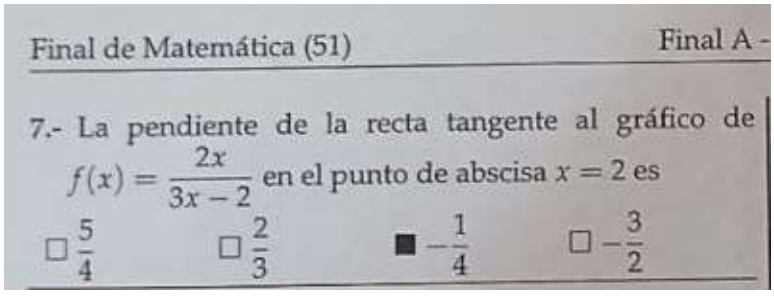
y

$\lim_{x\to-\infty} \frac{4x-4}{2x+4} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x\left(4-\frac{4}{x}\right)}{x\left(2-\frac{4}{x}\right)} = \lim_{x\to-\infty} \frac{4}{2} = 2 \implies$ la recta y = 2 es AH por izquierda de f (x)

Se dice que y = 2 es AH de f (x)
(con que alguno de los dos limites en ± ∞ de un número real
ya alcanza para decir que y = 2 es AH de f (x))

---

2 da parte Prácticas 5 y 6



Final de Matemática (51) Final A -

7.- La pendiente de la recta tangente al gráfico de $f(x) = \frac{2x}{3x-2}$ en el punto de abscisa $x = 2$ es

☐ $\frac{5}{4}$ ☐ $\frac{2}{3}$ ■ $-\frac{1}{4}$ ☐ $-\frac{3}{2}$

Conceptos generales :

1. - La derivada de una función en un valor x_o del Dom (f), que se escribe f' (x_o),

da la pendiente m de la recta tangente a f (x) en ese punto P = (x_o, f (x_o))

2. - La función derivada de f (x) que
se escribe f' (x) es una fórmula que permite calcular
todas las pendientes de las rectas tangentes a f (x) en cada x del Dominio

3. - Las pendientes de las rectas tangentes a f (x) pueden dar m =
0 ó m > 0 ó m < 0 ó no existir m

Traducido a derivadas (teniendo en mente que m = f' (x)) :

4 a.- si f' (x_o) = 0 ó {f' (x_o) ∄ pero si ∃ f (x_o)},
x_o es un punto crítico y en x_o puede haber

un máximo relativo o local o un mínimo relativo o local o un punto de inflexión

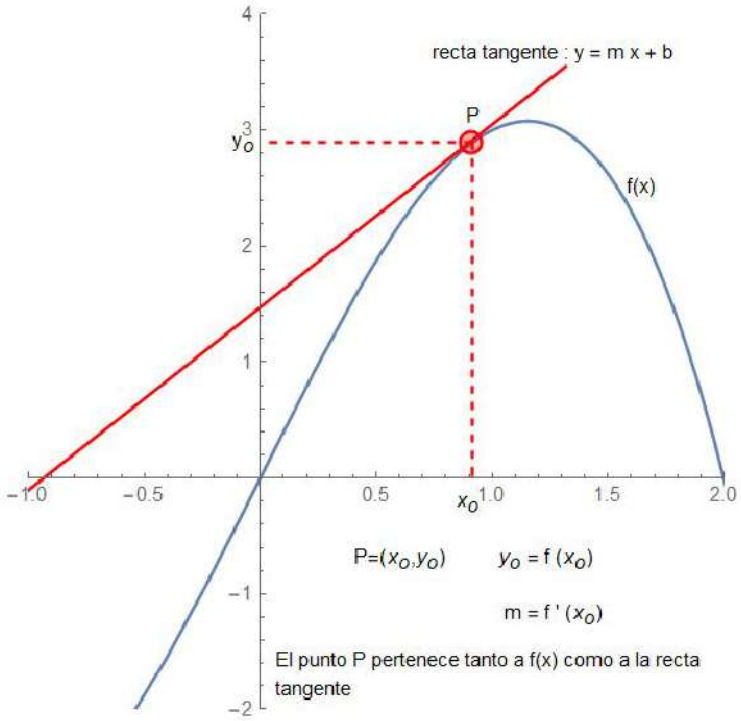
4 b.- Y si f' (x) >
0 en un intervalo (a, b) del Dom (f) entonces f (x) crece en ese intervalo (a, b)

4 c.- Y si f' (x) <
0 en un intervalo (a, b) del Dom (f) entonces f (x) decrece en ese intervalo (a, b)

Por lo tanto, usamos el Corolario del Teo de
Bolzano entre las raíces o ceros ordenados de la derivada y
los puntos que no están en el Dom (f) ni en el Dom (f')
para determinar Intervalos de Crecimiento y
Decrecimiento de f (x) y el criterio de la derivada
primera para determinar máximos o mínimos locales
o puntos de inflexión.

En cuanto al cálculo de la ecuación de la recta tangente a f (x) en x_o :

se calcula y = m x + b con m = f' (x_o) y se hace pasar por P = (x_o, f (x_o))



En nuestro caso del Ej7 :

sólo hay que calcular la pendiente de la recta tangente a f (x) = $\frac{2x}{3x-2}$ **en** $x_o = 2$

m = f ' (2)

calculamos f ' (x) usando la regla de derivación de una división de funciones :

$$f'(x) = \frac{(2x)'.(3x-2) - 2x.(3x-2)'}{(3x-2)^2} = \frac{2.(3x-2) - 2x.3}{(3x-2)^2} = \frac{6x-4-6x}{(3x-2)^2} = \frac{-4}{(3x-2)^2}$$

Entonces,

$$m = f'(2) = \frac{-4}{(3.2-2)^2} = \frac{-4}{(6-2)^2} = \frac{-4}{(4)^2} = \frac{-4}{16} = -\frac{1}{4}$$

Por lo tanto, la pendiente de las recta tangente a f (x) en el punto de abscisa x = 2 es

$$f'(2) = -\frac{1}{4}$$

La opción correcta a marcar es la 3 era opción

Nota :

si además me hubieran pedido calcular la ecuación de la recta tangente a f (x) en el punto de abscisa x = 2 ?

como ya calculé $m = f'(2) = -\frac{1}{4}$

$y = m\,x + b = f'(2).x + b = -\frac{1}{4}x + b$

me faltaría calcular la ordenada del punto P, $P = (2,\ f(2))$

evaluamos con $x = 2$ en $f(x) = \frac{2x}{3x-2}$:

$f(2) = \frac{2.2}{3.2-2} = \frac{4}{6-2} = \frac{4}{4} = 1$

entonces $P = (2,\ 1))$ y como $y = -\frac{1}{4}x + b$

$1 = -\frac{1}{4}.2 + b \implies 1 = -\frac{1}{2} + b \implies 1 + \frac{1}{2} = b \implies \frac{3}{2} = b$

Por lo tanto, la ecuación de la recta tangente a f (x)
en el punto de abscisa x = 2 es :

$y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

8.- Si la derivada de f es $f'(x) = \frac{x-3}{x^2+4}$ entonces f decrece en

☐ $(3;+\infty)$ ☐ $(-\infty;2)$ ☐ $(2;+\infty)$ ■ $(-\infty;3)$

Usemos el hecho de que si f ' (x) < 0 en un intervalo entonces f (x) decrece en ese intervalo

Planteamos $f'(x) < 0$ con $f'(x) = \frac{x-3}{x^2+4} \implies \frac{x-3}{x^2+4} < 0$ y como $x^2 + 4$ es siempre positivo

puede pasarlo multiplicando sin cambiar el orden o símbolo de < , es decir

$x - 3 < 0.\ (x^2 + 4)$ (0 por cualquier cosa es 0) $\iff x - 3 < 0 \iff x < 3$

Obtuvimos que f ' (x) < 0 para todo x < 3 que es el intervalo $(-\infty, 3)$

Pero quiere decir que f (x) decrece en el intervalo $(-\infty, 3)$

La opción correcta a marcar es la 4 ta opción

9.- La derivada de $f(x) = x^2\cos(x)$ es $f'(x) =$

☐ $-2x\,\mathrm{sen}(x)$ ■ $2x\cos(x) - x^2\,\mathrm{sen}(x)$

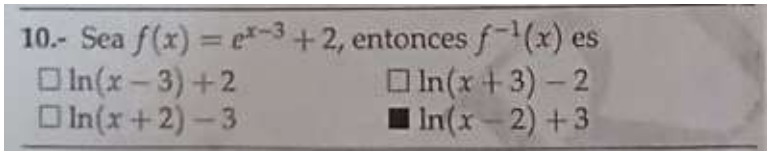
☐ $2x\cos(x) + x^2\,\mathrm{sen}(x)$ ☐ $2x\,\mathrm{sen}(x)$

Acá hay que usar la regla de derivación de un producto de funciones $x^2.\cos(x)$:

$f'(x) = (x^2.\cos(x))' = (x^2)'.\cos(x) + x^2.(\cos(x))' = 2x.\cos(x) + x^2.(-\mathrm{sen}(x))$

Entonces, $f'(x) = 2x\cos(x) - x^2\,\mathrm{sen}(x)$

La opción correcta a marcar es la 2 da opción



Miren Uds ! Este Ej apareció mezclado pues corresponde a la práctica 4 !

Para calcular la función inversa f^{-1} de una f (x)
ponemos y = f (x) para despejar x como función de y

$y = e^{x-3} + 2$

$y - 2 = e^{x-3}$

aplico el logaritmo natural ln en ambos miembros de la igualdad :

$\ln(y-2) = \ln\left(e^{x-3}\right)$ **y como** $\ln\left(e^{x-3}\right) = x - 3$ **queda :**

$\ln(y-2) = x - 3$ **y escribiendola al revés :**

$x = \ln(y-2) + 3$ **Esta sería** $f^{-1}(y)$

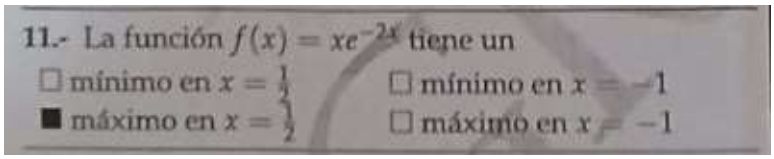
pero como nos gusta expresar las funciones en función de x

cambiamos las variables $x \leftrightarrow y$

$y = \ln(x-2) + 3 = f^{-1}(x)$

Por lo tanto, la función inversa f^{-1} **de** $f(x) = e^{x-3} + 2$ **es** $f^{-1}(x) = \ln(x-2) + 3$

La opción correcta a marcar es la 4 ta opción



Calculamos $f'(x) = \left(x\, e^{-2x}\right)'$ **usando la regla de derivación del producto de funciones y la regla de la cadena para la derivada de una composición de funciones**

$f'(x) = (x)'.e^{-2x} + x.\left(e^{-2x}\right)' = 1.e^{-2x} + x.e^{-2x}.\left(-2x\right)' = e^{-2x} + x.e^{-2x}.(-2)$

$f'(x) = e^{-2x} - 2x.e^{-2x}$

conviene sacar factor común la exponencial para cuando después igualemos a 0

$f'(x) = e^{-2x}.(1 - 2x)$

Igualamos $f'(x)$ **a cero para obtener los puntos críticos :**

$f'(x) = 0 \iff$

$e^{-2x}.(1-2x) = 0$ y como $e^{-2x} > 0$ para todo x (nunca es 0)

deberá ser $1-2x = 0$, despejamos x :

$x = \frac{1}{2}$

$PC = \{\frac{1}{2}\}$

Ahora hay que ver si es máximo, mínimo o punto de inflexión

Como el Dom (f) = $\mathbb{R}$ y el Dom (f ') = $\mathbb{R}$

Partimos todo $\mathbb{R}$ en los intervalos de análisis $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ y $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

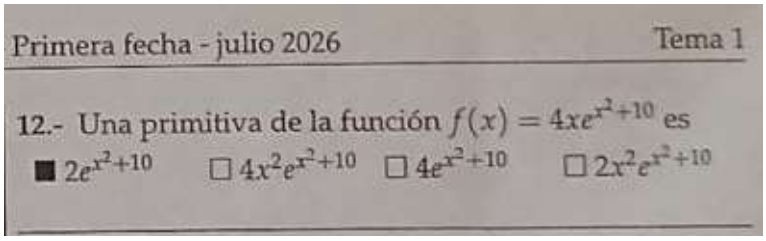
	$(-\infty, \frac{1}{2})$	$\frac{1}{2}$	$(\frac{1}{2}, +\infty)$
f '(x)	+	0	-
f (x)	crece	Máximo local	decrece

$f'(0) = e^{-2.0}.(1-2.0) = e^{0}.1 = 1 > 0$

$f'(1) = e^{-2.1}.(1-2.1) = e^{-2}.(-1) = (+).(-) = (-)$

Por lo tanto, $x = \frac{1}{2}$ es un máximo local o relativo de $f(x) = x\,e^{-2x}$

La opción correcta a marcar es la 3 era opción


Primera fecha - julio 2026 Tema 1

12.- Una primitiva de la función $f(x) = 4xe^{x^2+10}$ es

■ $2e^{x^2+10}$ □ $4x^2e^{x^2+10}$ □ $4e^{x^2+10}$ □ $2x^2e^{x^2+10}$

Dada $f(x) = 4x\,e^{x^2+10}$ es una función $F(x) = \int f(x)\,dx$

tal que si la derivamos da como resultado la f chica

es decir : $(F(x))' = f(x)$

Calculamos la integral :

$F(x) = \int 4x\,e^{x^2+10}\,dx$

Lo primero que se observa es que sale por sustitución pues si elegimos la que está compuesta con la exponencial como u que es cuadrática ,
u ' su derivada que será lineal aparece en el numerador de la integral

Hagamos eso :

$u = x^2 + 10$

$du = u' dx = 2 x dx$, de la cual se puede despejar $x dx = \frac{du}{2}$

reescribimos la integral de manera conveniente :

$$4 \int e^{x^2+10} x \, dx = 4 \int e^u \frac{du}{2} = \frac{4}{2} \int e^u du = 2 e^u + K = 2 e^{x^2+10} + K$$

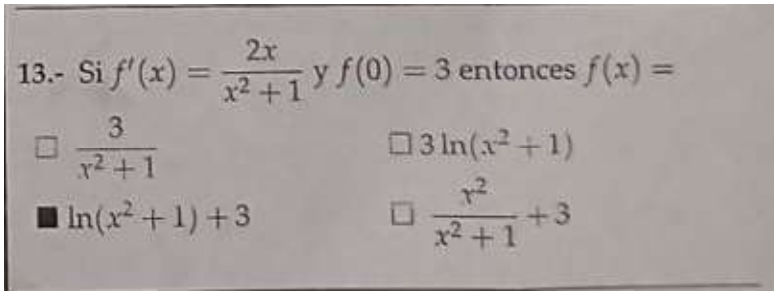
Estas serían las infinitas Primitivas de f (x) que dependen del valor de K

$F(x) = 2 e^{x^2+10} + K$

Como me dicen que "una" Primitiva de f (x) es $2 e^{x^2+10}$ sería la que tiene K = 0

$F(x) = 2 e^{x^2+10}$

La opción correcta a marcar es la 1 era opción



De nuevo lo mismo, pero con la condición f (0) = 3

Lo que podría confundir es a quien llamamos f y quien F su integral o Primitiva

Como me dan $f'(x) = \frac{2x}{x^2+1}$, f (x) será su integral, es decir :

$f(x) = \int f'(x) \, dx$

Hagamos la integral :

$$\int \frac{2x}{x^2+1} dx = 2 \int \frac{x \, dx}{x^2+1}$$

$u = x^2 + 1$

$du = 2 x dx \iff x dx = \frac{du}{2}$

sustituyendo :

$$2 \int \frac{x \, dx}{x^2+1} = 2 \int \frac{\frac{du}{2}}{u} = 2 \int \frac{1}{u} \frac{du}{2} = \frac{2}{2} \int \frac{1}{u} du = \int \frac{1}{u} du = \ln|u| + K = \ln\left|x^2+1\right| + K$$

Obtuvimos $f(x) = \ln|x^2+1| + K$

Observen que si la derivamos da el integrando f' :

$$(f(x))' = \left(\ln|x^2+1| + K\right)' = \frac{1}{x^2+1}.\left(x^2+1\right)' = \frac{2x}{x^2+1}$$

Falta aplicar la condición $f(0) = 3$ para determinar el valor de K

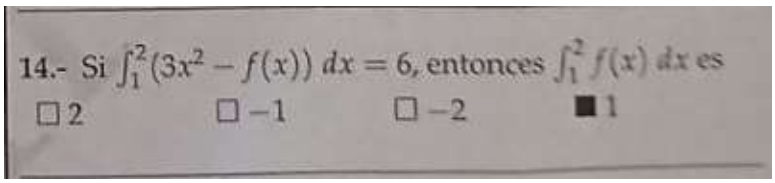
En $f(x) = \ln|x^2+1| + K$ ponemos $x = 0$ e igualamos a 3

$f(0) = \ln|0^2+1| + K = 3 \iff \ln|1| + K = 3 \iff \ln(1) + K = 3 \iff 0 + K = 3 \iff K = 3$

Por lo tanto, $f(x) = \ln|x^2+1| + 3$ y como $x^2+1 > 0$ da lo mismo escribir $|x^2+1| = (x^2+1)$

en definitiva, $f(x) = \ln(x^2+1) + 3$

La opción correcta a marcar es la 3 era opción



Esta ecuación es una ecuación con integrales definidas

Hay que usar las propiedades de linealidad de la integral y Regla de Barrow

propiedades de linealidad de la integral definida :

$$\int_a^b [\alpha f(x) + \beta g(x)]\,dx = \alpha \int_a^b f(x)\,dx + \beta \int_a^b g(x)\,dx \quad ,$$

α, β son números reales, a y b también

Regla de Barrow :

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ , con } F(x) \text{ una primitiva de } f(x)$$

Barrow dice : calcule la integral indefinida de $f(x)$ es decir $\int f(x)\,dx = F(x)$

Calcule $F(b)$, calcule $F(a)$ y luego haga la resta $F(b) - F(a)$

En nuestro Ej 14 tenemos :

$$\int_1^2 \left(3x^2 - f(x)\right) dx = 6$$

nos piden calcular : $\int_1^2 f(x)\,dx$

De la ecuación de arriba, usando la linealidad, podemos separar las integrales :

$6 = \int_1^2 \left(3\,x^2 - f\,(x)\right)\,dx = \int_1^2 3\,x^2\,dx - \int_1^2 f\,(x)\,dx$

Si pasamos $\int_1^2 f\,(x)\,dx$ sumando a la izquierda y el 6 restando a la derecha queda :

$\int_1^2 f\,(x)\,dx = \int_1^2 3\,x^2\,dx - 6$

faltaría calcular por Barrow $\int_1^2 3\,x^2\,dx$:

CAux : $\int 3\,x^2\,dx = 3\int x^2\,dx = 3\,\frac{x^3}{3} + K = x^3 + K = F\,(x)$

$F\,(2) = 2^3 + K = 8 + K$

$F\,(1) = 1^3 + K = 1 + K$

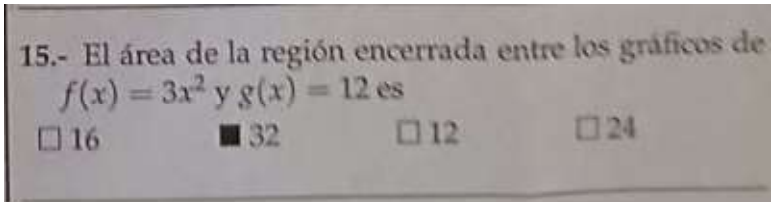
Al restar, las K se van, entonces en general no se ponen

$\int_1^2 3\,x^2\,dx = x^3\,\Big|_1^2 = F\,(2) - F\,(1) = 2^3 - 1^3 = 8 - 1 = 7$

Reemplazando en $\int_1^2 f\,(x)\,dx = \int_1^2 3\,x^2\,dx - 6$ quedará :

$\int_1^2 f\,(x)\,dx = 7 - 6 = 1$

La opción correcta a marcar es la 4 ta opción

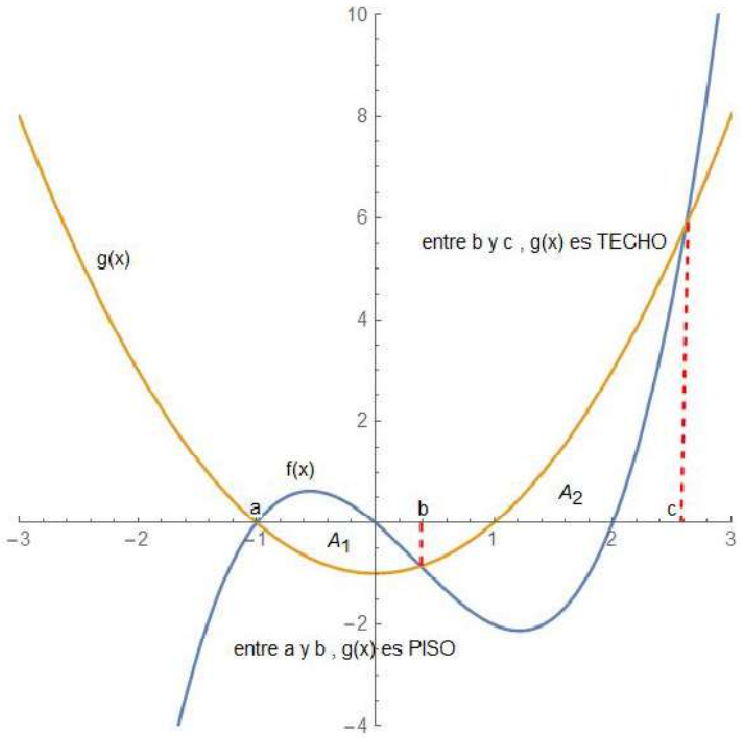

15.- El área de la región encerrada entre los gráficos de $f(x) = 3x^2$ y $g(x) = 12$ es

☐ 16 ■ 32 ☐ 12 ☐ 24

Consideraciones generales :

Para calcular el Área encerrada entre dos curvas f (x) y g (x) o más, importan los x de los puntos de intersección, que se obtienen calculando los x tal que f (x) = g (x) y si hay alguna condición para los x (por ej. $0 \le x \le 2$)

y cuál función está por encima de la otra entre los puntos de intersección



Si f (x) es la función con Gráfico azul y g (x) la función con Gráfico marrón claro

y a, b, c son los x de los puntos de intersección y no hay ninguna restricción para los x

se vé que hay dos regiones encerradas :

$A_1 = \int_a^b \left(\text{función TECHO} - \text{función PISO}\right) dx = \int_a^b (f(x) - g(x))\, dx$

$A_2 = \int_b^c \left(\text{función TECHO} - \text{función PISO}\right) dx = \int_b^c (g(x) - f(x))\, dx$

Área encerrada entre f (x) y g (x) será :

Aencerr = A_1 + A_2

**** ** ** ** ** ***

En nuestro Ej15 tenemos f (x) =

$3x^2$ (una parábola $\cup$) y g (x) = 12 (una recta horizontal)

1. - buscamos los x de los puntos de intersección resolviendo f (x) = g (x)

$3x^2 = 12 \iff x^2 = \frac{12}{3} \iff x^2 = 4 \iff \sqrt{x^2} = \sqrt{4} \iff |x| = 2$

que tiene como soluciones x = 2 ó x = - 2

2. - entre - 2 y 2 determinar quién es la función TECHO y quién es la función PISO :

elegimos un x entre -2 y 2 y evaluamos , por ej. $x = 1$

$f(1) = 3.(1)^2 = 3$

$g(1) = 12$ $\quad (g(x) = 12$ para cualquier x, pues es constante$)$

Como $g(1) > f(1)$, entre -2 y 2 $g(x)$ será la función TECHO y $f(x)$ la función PISO

Entonces,

$A_{encerrada} = \int_{-2}^{2} (g(x) - f(x))\, dx = \int_{-2}^{2} (12 - 3x^2)\, dx$ que se puede resolver por Barrow

---

CAux : $\int (12 - 3x^2)\, dx =$

$\int 12\, dx - \int 3x^2\, dx = 12x - 3.\frac{x^3}{3} = 12x - x^3 = F(x)$ (no pongo las K, se van al restar)

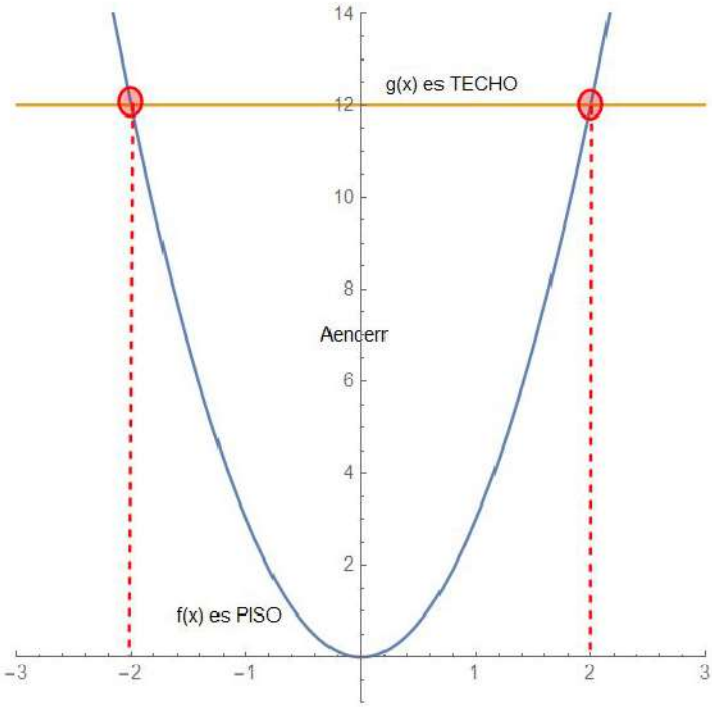
$F(2) = 12.2 - 2^3 = 24 - 8 = 16$

$F(-2) = 12.(-2) - (-2)^3 = -24 - (-8) = -24 + 8 = -16$

$A_{encerrada} = \int_{-2}^{2} (12 - 3x^2)\, dx = (12x - x^3)\Big|_{-2}^{2} = F(2) - F(-2) = 16 - (-16) = 32$

La opción correcta a marcar es la 2 da opción

Nota : si hacían el gráfico conjunto de $f(x)$ y de $g(x)$



Se observa que el Aencerrada = $\int_{-2}^{2} (g(x) - f(x))\, dx = \int_{-2}^{2} \left(12 - 3x^2\right) dx = 32$
