Práctica 2 – Mate 51 – Sede Pilar

Continuación Práctica 2 desde Ej 28 al 31 - Funciones cuadráticas

++

Ejercicio 28.- Hallar los intervalos de positividad y de negatividad de una función continua f, con $\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$, si

a. los únicos ceros de f son -3 y 2 y $f(-5)=-4$, $f(0)=-2$ y $f(3)=6$.

b. los únicos ceros de f son -2, 0 y 3 y $f(-3)=-1$, $f(-1)=1$, $f(2)=5$ y $f(5)=-4$.

28 a) Calcular C^+ y C^- si C^0 = {-3, 2} y además se sabe que f satisface :

f (-5) = -4

f (0) = -2

f (3) = 6

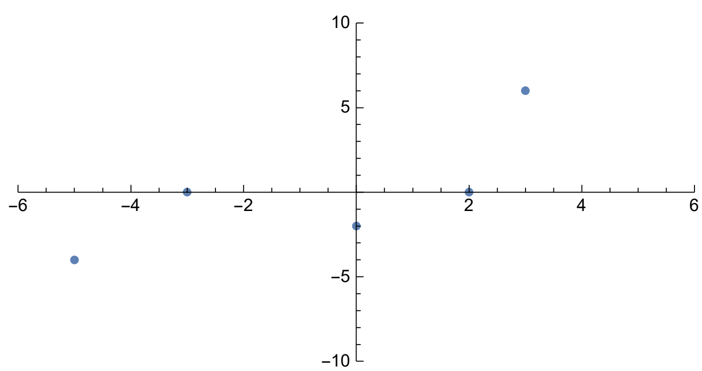
f (-3) = 0

f (2) = 0

```
tabla28a = {{-5, -4}, {0, -2}, {3, 6}, {-3, 0}, {2, 0}}
{{-5, -4}, {0, -2}, {3, 6}, {-3, 0}, {2, 0}}
```

```
grafListPlot28a =
 ListPlot[tabla28a, PlotRange → {{-6, 6}, {-10, 10}}, AspectRatio → 0.5]
```

representación de lista | rango de representación | cociente de aspecto



Teniendo en cuenta el resultado que se desprende del Teorema de Bolzano,
que establece que si f es continua, entre dos ceros consecutivos
o bien f (x) es mayor que 0 o menor que 0, en el intervalo (-3, 2) es decir
entre las dos únicas raíces, tiene que ser f (x) < 0 pues f (0) = -2

También se desprende de los valores que adopta f (x) que en (-∞, -3)
f (x) debe ser menor que 0 porque como no hay más ceros o raíces y f (-5) = -4
f (x) < 0 siempre en (-∞, -3)

De manera similar, en el intervalo (2, +∞) como no hay más ceros a la derecha
y f (3) = 6 debe ser f (x) > 0 en dicho (2, +∞)

Ya tenemos entonces los C^+ y C^-

$C^+ = (2, +\infty)$

$C^- = (-\infty, -3) \cup (-3, 2)$

Hasta acá, terminó la respuesta al ej 28 a) de lo que querían que respondieran

---

Sigamos

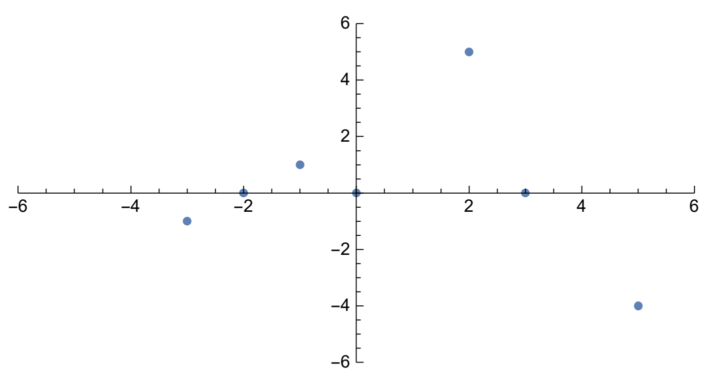
Ej 28 b) Calcular C^+ y C^-. Ahora nos dan los únicos 3 ceros o raíces de f (x)
$C^0 = \{-2, 0, 3\}$ y además se sabe que f satisface :

f (-3) = -1
f (-1) = 1
f (2) = 5
f (5) = -4

```
tabla28b = {{-3, -1}, {-1, 1}, {2, 5}, {5, -4}, {-2, 0}, {0, 0}, {3, 0}}
{{-3, -1}, {-1, 1}, {2, 5}, {5, -4}, {-2, 0}, {0, 0}, {3, 0}}
```

```
grafListPlot28b =
 ListPlot[tabla28b, PlotRange → {{-6, 6}, {-6, 6}}, AspectRatio → 0.5]
```

representación de lista — rango de representación — cociente de aspecto



Como los únicos ceros de f (x) son - 2, 0, 3 analizaremos el comportamiento de f (x) en los intervalos $(-\infty, -2)$ $(-2, 0)$ $(0, 3)$ y $(3, +\infty)$

en $(-\infty, -2)$ por Teo Bolzano y sus resultados , y como f es continua,
a la izquierda del - 2 no hay mas raíces y
como f (-3) = -1 , en todo ese intervalo será f (x) < 0

Idem, en el $(-2, 0)$ usamos que entre dos ceros consecutivos
o bien f (x) es toda positiva o f (x) es toda negativa. Como f (-1) = 3 > 0 entonces
f (x) > 0 en todo el intervalo $(-2, 0)$

Idem, en el $(0, 3)$ usamos que entre dos ceros consecutivos
o bien f (x) es toda positiva o f (x) es toda negativa. Como f (2) = 5 > 0 entonces
f (x) > 0 en todo el intervalo $(0, 3)$

en $(3, +\infty)$ por Teo Bolzano y sus resultados , como a la derecha del 3
no hay mas raíces y f (5) = -4 en todo ese intervalo será f (x) < 0

Juntando todo esto :

$C^+ = (-2, 0) \cup (0, 3)$

$C^- = (-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$

++

Ejercicio 29.- Hallar los ceros de la función polinómica f y determinar los intervalos de positividad y de negatividad de f.

a. $f(x)=(2x+3)(3x-9)(x-4)$

b. $f(x)=x^2(2x-3)^2$

c. $f(x)=5(x+1)(x^2+x-2)$

d. $f(x)=(x^3+3x^2+2x)\left(x^2-\frac{9}{4}\right)$

e. $f(x)=(x^3+3x^2+2x)\left(x^2+\frac{9}{4}\right)$

f. $f(x)=64-x^4$

g. $f(x)=x^3-8$

h. $f(x)=(x^2-3x-4)(x^2+4x+3)$

Ej 29 a) Hallar C^0 y determinar C^+ y C^-

$f(x) = (2x+3)(3x-9)(x-4)$

$C^0 = \{x \in \text{Dominio de } f \ / \ f(x) = 0\}$

$f(x) = 0$ cuando $(2x+3)(3x-9)(x-4) = 0$
es decir cuando cada uno de los 3 factores sea cero

$2x+3=0 \implies 2x=-3 \implies x = -\frac{3}{2}$

$3x-9=0 \implies 3x=9 \implies x = \frac{9}{3} \implies x = 3$

$x-4=0 \implies x=4$

$C^0 = \left\{-\frac{3}{2}, 3, 4\right\}$

Éstos son los únicos ceros o raíces de $f(x)$

Analicemos el comportamiento de $f(x)$ en los intervalos
$\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$ $\left(-\frac{3}{2}, 3\right)$ $(3, 4)$

Construyamos una tabla y usemos los resultados del Teorema de Bolzano

Para ello elegimos un x arbitrario en cada intervalo y calculamos $f(x)$:

$f(-3) = -378$

$f(0) = 108$

$f(7/2) = -\frac{15}{2}$

$f(5) = 78$

```
(2 x + 3) (3 x - 9) (x - 4) /. x → -3
```

-378

```
(2 x + 3) (3 x - 9) (x - 4) /. x → 0
```

108

```
(2 x + 3) (3 x - 9) (x - 4) /. x → 7/2
```

$-\frac{15}{2}$

```
(2 x + 3) (3 x - 9) (x - 4) /. x → 5
```

78

y los organizamos en una tabla :

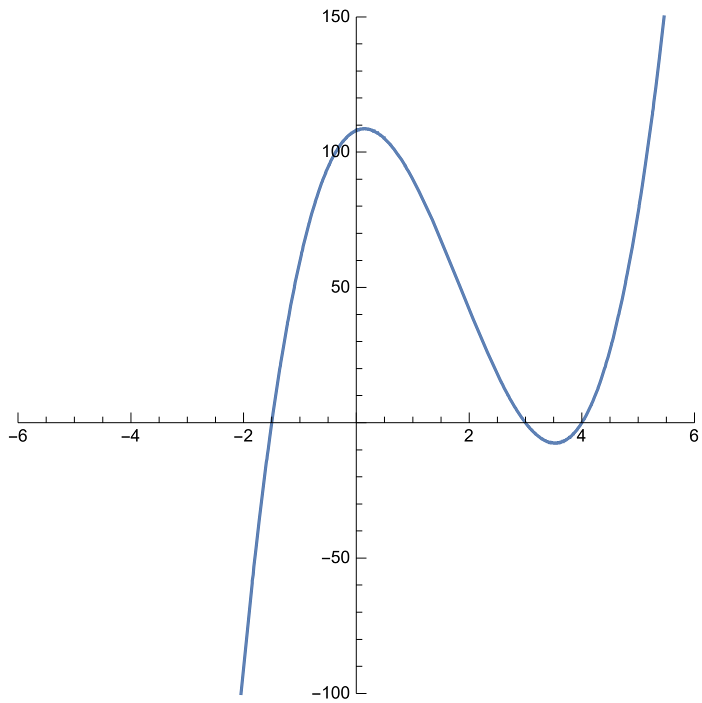
x ∈ o es =	$(-\infty, -3/2)$	$-3/2$	$(-3/2, 3)$	3	$(3, 4)$	4	$(4, +\infty)$
f(x)=(2 x + 3) (3 x - 9) (x - 4)	f(-3)=-378	0	f(0)=108	0	f(7/2)=-15/2	0	f(5)=78
f es	< 0	0	> 0	0	< 0	0	> 0

Por lo tanto :

$$C^{+} = \left(-\frac{3}{2},\ 3\right) \bigcup (4,\ +\infty)$$

$$C^{-} = \left(-\infty,\ -\frac{3}{2}\right) \bigcup (3,\ 4)$$

```
grafF29a = Plot[(2 x + 3) (3 x - 9) (x - 4),
          representación gráfica
  {x, -6, 6}, PlotRange → {{-6, 6}, {-100, 150}}, AspectRatio → 1]
             rango de representación                 cociente de aspecto
```



Ej 29 b) Hallar C^0 y determinar C^+ y C^-

$f(x) = x^2 (2x - 3)$

$C^0 = \{x \in \text{Dominio de } f \ / \ f(x) = 0\}$

$f(x) = 0$ **cuando** $x^2 (2x - 3) = 0$

es decir cuando cada uno de los 2 factores sea cero

$x^2 = 0 \implies x = 0$ **es raíz doble**

$2x - 3 = 0 \implies 2x = 3 \implies x = \frac{3}{2}$

$C^0 = \left\{0, \frac{3}{2}\right\}$

Éstos son los únicos ceros o raíces de f (x)

Analicemos el comportamiento de f (x) en los intervalos

$(-\infty, 0)$ $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$

Construyamos una tabla y usemos los resultados del Teorema de Bolzano

Para ello elegimos un x arbitrario en cada intervalo y calculamos f (x) :

$f(-1) = -5$

$f(1) = -1$

$f(2) = 4$

$x^2 (2x - 3)$ /. $x \to -1$

-5

$x^2 (2x - 3)$ /. $x \to 1$

-1

$x^2 (2x - 3)$ /. $x \to 2$

4

y los organizamos en una tabla :

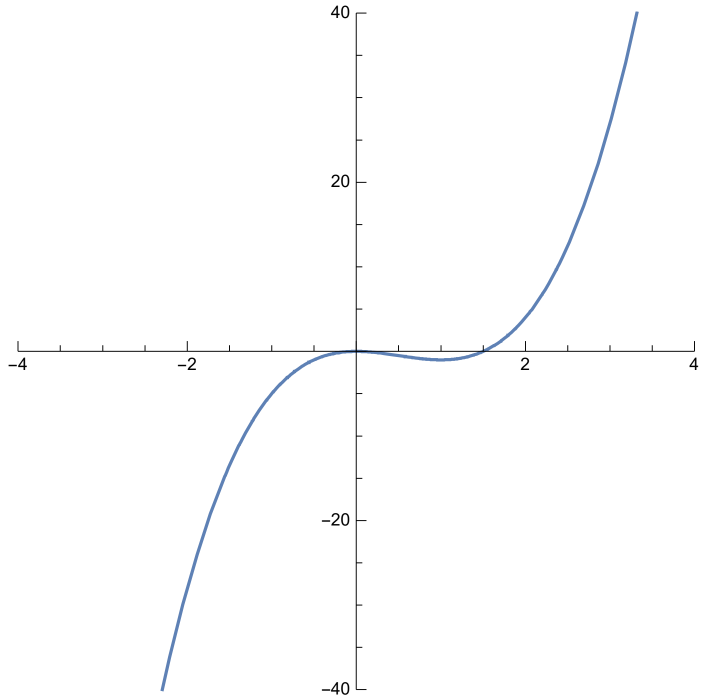
x ∈ o es =	(-∞, 0)	0	(0, 3/2)	3/2	(3/2, +∞)
f(x) = x^2 (2 x - 3)	f(-1) = -5	0	f(1) = -1	0	f(2) = 4
f es	< 0	0	< 0	0	> 0

Por lo tanto :

$C^+ = \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$

$C^- = (-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{3}{2}\right)$

```
grafF29b =
 Plot[x^2 (2 x - 3), {x, -4, 4}, PlotRange → {{-4, 4}, {-40, 40}}, AspectRatio → 1]
```
representación gráfica · rango de representación · cociente de aspecto



Ej 29 c) Hallar C^0 y determinar C^+ y C^-

$f(x) = 5(x+1)(x^2+x-2)$

$C^0 = \{x \in \text{Dominio de } f \;/\; f(x) = 0\}$

$f(x) = 0$ cuando $5(x+1)(x^2+x-2) = 0$

es decir cuando cada uno de los 2 factores sea cero

$(x+1) = 0 \implies x = -1$

$(x^2+x-2) = 0$

acá nos conviene utilizar la fórmula

de las raíces de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{con } a = 1 \quad b = 1 \quad c = -2$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

es decir

$$x_1 = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad y \quad x_2 = \frac{-1-3}{2} = -\frac{4}{2} = -2$$

entonces $x_1 = 1$ **y** $x_2 = -2$

y como antes habíamos obtenido para el otro factor $x = -1$

$$C^0 = \{-2, -1, 1\}$$

Éstos son los únicos ceros o raíces de f (x)

Analicemos el comportamiento de f (x) en los intervalos

$(-\infty, -2) \quad (-2, -1) \quad (-1, 1) \quad (1, +\infty)$

Construyamos una tabla y usemos los resultados del Teorema de Bolzano

Para ello elegimos un x arbitrario en cada intervalo y calculamos f (x) :

$f(-3) = -40$

$f\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{25}{8}$

$f(0) = -10$

$f(2) = 60$

```
5 (x + 1) (x^2 + x - 2) /. x → -3
```

-40

```
5 (x + 1) (x^2 + x - 2) /. x → -3/2
```

$\frac{25}{8}$

```
5 (x + 1) (x^2 + x - 2) /. x → 0
```

-10

```
5 (x + 1) (x^2 + x - 2) /. x → 2
```

60

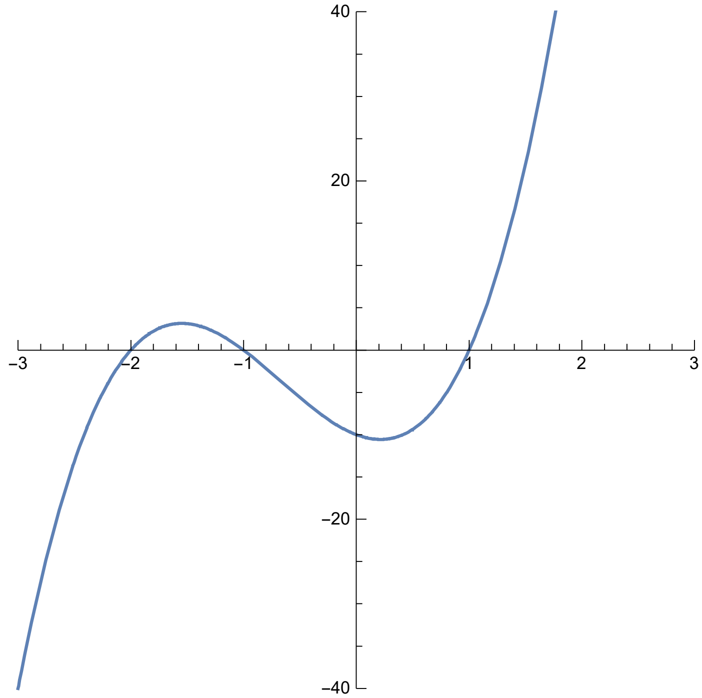
x ∈ o es = f(x) = 5 (x + 1) (x^2 + x - 2)	$(-\infty, -2)$ f(-3) = -40	-2 0	$(-2, -1)$ f(-3/2) = 25/8	-1 0	$(-1, 1)$ f(0) = -10	1 0	$(1, +\infty$ f(2) =
f es	< 0	0	> 0	0	< 0	0	> 0

Por lo tanto :

$$C^+ = (-2, -1) \cup (1, +\infty)$$

$C^- = (-\infty, -2) \cup (-1, 1)$

```
grafF29c =
 Plot[5 (x + 1) (x^2 + x - 2), {x, -3, 3}, PlotRange → {{-3, 3}, {-40, 40}}, AspectRatio → 1]
```
representación gráfica · rango de representación · cociente de aspecto



Ej 29 d) Hallar C^0 y determinar C^+ y C^-

$f(x) = \left(x^3 + 3x^2 + 2x\right)\left(x^2 - \frac{9}{4}\right)$

$C^0 = \{x \in \text{Dominio de } f \,/\, f(x) = 0\}$

$f(x) = 0$ cuando $\left(x^3 + 3x^2 + 2x\right)\left(x^2 - \frac{9}{4}\right) = 0$

es decir cuando cada uno de los 2 factores sea cero

i) $\left(x^3 + 3x^2 + 2x\right) = 0$

ii) $\left(x^2 - \frac{9}{4}\right) = 0$

Para i) $x^3 + 3x^2 + 2x = 0$ sacamos factor común x

$\Longrightarrow\ x\left(x^2 + 3x + 2\right) = 0 \ \Longrightarrow\ x = 0$ ó $x^2 + 3x + 2 = 0$ $\qquad (*)$

para la 2 da posibilidad de este caso i) nos conviene utilizar la fórmula de las raíces de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,ac}}{2\,a} \quad \text{con } a = 1 \quad b = 3 \quad c = 2$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$$

es decir

$$x_1 = \frac{-3 + 1}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-3 - 1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

entonces $x_1 = -1$ **y** $x_2 = -2$

Entonces para este caso i) se obtienen los ceros -1, -2 y 0 ver (*)

que se obtuvo más arriba

ii) el otro factor que puede ser cero era

$$\left(x^2 - \frac{9}{4}\right) = 0$$

en este caso usaremos el Teorema 0 de módulo para despejar x :

$$\left(x^2 - \frac{9}{4}\right) = 0 \quad \Longrightarrow \quad x^2 = \frac{9}{4} \quad \Longrightarrow \quad \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{9}{4}} \quad \Longrightarrow \quad |x| = \frac{3}{2}$$

entonces $x = \frac{3}{2}$ **ó** $x = -\frac{3}{2}$

Juntando todas las soluciones del caso i) y el caso ii) tenemos :

$$-1,\ -2\ \text{y}\ 0\ \text{y}\ -\frac{3}{2}\ \text{y}\ \frac{3}{2}$$

$$C^0 = \left\{-2,\ -\frac{3}{2},\ -1,\ 0,\ \frac{3}{2}\right\} \quad \text{de } f(x) = \left(x^3 + 3\,x^2 + 2\,x\right)\left(x^2 - \frac{9}{4}\right)$$

para determinar C^+ y C^-

Analizamos el signo de f (x) en los intervalos :

$$(-\infty,\ -2) \quad \left(-2,\ -\frac{3}{2}\right) \quad \left(-\frac{3}{2},\ -1\right) \quad (-1,\ 0) \quad \left(0,\ \frac{3}{2}\right) \quad \left(\frac{3}{2},\ +\infty\right)$$

tomamos un x en $(-\infty, -2)$ **por ej,** $x = -3$ **y calculamos** $f(-3)$

$$f(-3) = \left(\left(-3\right)^3 + 3\left(-3\right)^2 + 2\left(-3\right)\right)\left(\left(-3\right)^2 - \frac{9}{4}\right) = \left(-27 + 27 - 6\right)\left(9 - \frac{9}{4}\right) = \left(-6\right) \cdot \frac{27}{4} = -\frac{81}{2} < 0$$

entonces en el intervalo $(-\infty, -2)$ $f(x) < 0$

----

tomamos un x en $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$ por ej, $x = -\frac{7}{4}$ y calculamos $f\left(-\frac{7}{4}\right)$

$f\left(-\frac{7}{4}\right) = \frac{273}{1024} > 0$

$\left(x^3 + 3x^2 + 2x\right)\left(x^2 - \frac{9}{4}\right)$ /. x -> $-\frac{7}{4}$

$\frac{273}{1024}$

entonces en el intervalo $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$ $f(x) > 0$

----

tomamos un x en $\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$ por ej, $x = -\frac{5}{4}$ y calculamos $f\left(-\frac{5}{4}\right)$

$f\left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{165}{1024} < 0$

$\left(x^3 + 3x^2 + 2x\right)\left(x^2 - \frac{9}{4}\right)$ /. $x \to -\frac{5}{4}$

$-\frac{165}{1024}$

entonces en el intervalo $\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$ $f(x) < 0$

----

tomamos un x en $(-1, 0)$ por ej, $x = -\frac{1}{2}$ y calculamos $f\left(\frac{1}{2}\right)$

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} > 0$

$\left(x^3 + 3x^2 + 2x\right)\left(x^2 - \frac{9}{4}\right)$ /. $x \to -\frac{1}{2}$

$\frac{3}{4}$

entonces en el intervalo $(-1, 0)$ $f(x) > 0$

----

tomamos un x en $\left(0,\ \frac{3}{2}\right)$ por ej, $x = \frac{3}{4}$ y calculamos $f\left(\frac{3}{4}\right)$

$f\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{6237}{1024} < 0$

$\left(x^3 + 3x^2 + 2x\right)\left(x^2 - \frac{9}{4}\right)$ /. $x \to \frac{3}{4}$

$-\frac{6237}{1024}$

entonces en el intervalo $\left(0,\ \frac{3}{2}\right)$ $\quad$ $f(x) < 0$

----

tomamos un x en $\left(\frac{3}{2},\ +\infty\right)$ por ej, $x = 2$ y calculamos $f(2)$

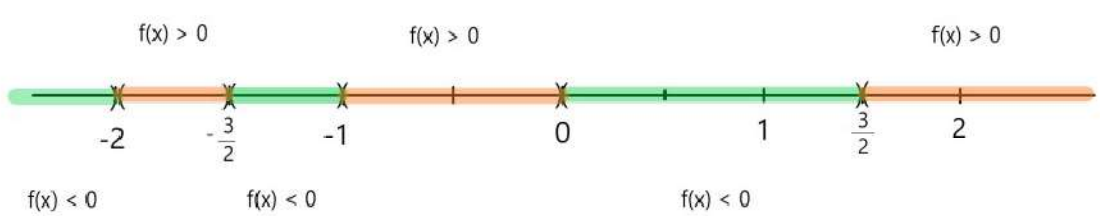
$f(2) = 42 > 0$

$\left(x^3 + 3x^2 + 2x\right)\left(x^2 - \frac{9}{4}\right)$ /. $x \to 2$

42

entonces en el intervalo $\left(\frac{3}{2},\ +\infty\right)$ $\quad$ $f(x) > 0$

El comportamiento de f (x) en cuanto al cambio de signo, de positiva a negativa se resume en este gráfico :

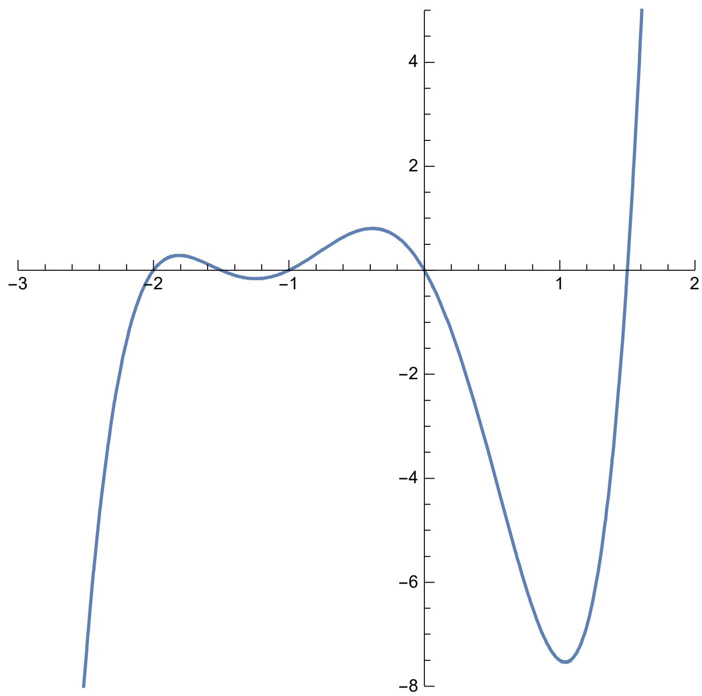


Por lo tanto :

$C^+ = \left(-2,\ -\frac{3}{2}\right) \cup (-1,\ 0) \cup \left(\frac{3}{2},\ +\infty\right)$

$C^- = (-\infty,\ -2) \bigcup \left(-\frac{3}{2},\ -1\right) \cup \left(0,\ \frac{3}{2}\right)$

```
grafF29d = Plot[(x^3 + 3 x^2 + 2 x) (x^2 - 9/4),
           [representación gráfica
   {x, -3, 2}, PlotRange → {{-3, 2}, {-8, 5}}, AspectRatio → 1]
               [rango de representación            [cociente de aspecto
```



Ej 29 e) Hallar C^0 y determinar C^+ y C^-

$f(x) = \left(x^3 + 3x^2 + 2x\right)\left(x^2 + \frac{9}{4}\right)$

$C^0 = \{x \in \text{Dominio de } f \;/\; f(x) = 0\}$

$f(x) = 0$ cuando $\left(x^3 + 3x^2 + 2x\right)\left(x^2 + \frac{9}{4}\right) = 0$

es decir cuando cada uno de los 2 factores sea cero

i) $\left(x^3 + 3x^2 + 2x\right) = 0$

ii) $\left(x^2 + \frac{9}{4}\right) = 0$

en este caso ii) no existe x tal que elevado al cuadrado y sumandole $\frac{9}{4}$ sea igual a 0

Sólo nos interesa el caso i)

Pero el caso i) ya fue resuelto en el inciso anterior, Ej 29 d)

Para i) $x^3 + 3x^2 + 2x = 0$ sacamos factor común x

$\Longrightarrow\; x\left(x^2 + 3x + 2\right) = 0 \;\Longrightarrow\; x = 0$ ó $x^2 + 3x + 2 = 0$

Entonces para este caso i) se obtienen los ceros -1, -2 y 0

que se obtuvo en el Ej 29 d)

Por lo tanto

$$C^0 = \{-2, -1, 0\} \quad \text{de } f(x) = \left(x^3 + 3x^2 + 2x\right)\left(x^2 + \frac{9}{4}\right)$$

Para obtener C^+ y C^- analizamos el signo de f (x) en los intervalos :

$(-\infty, -2) \quad (-2, -1) \quad (-1, 0) \quad (0, +\infty)$

tomamos un x en $(-\infty, -2)$ por ej, $x = -3$ y calculamos $f(-3)$

$$f(-3) = \left((-3)^3 + 3(-3)^2 + 2(-3)\right)\left((-3)^2 + \frac{9}{4}\right) = (-27 + 27 - 6)\left(9 + \frac{9}{4}\right) = (-6) \cdot \frac{45}{4} = -\frac{135}{2} < 0$$

In[1]:= $\left(x^3 + 3x^2 + 2x\right)\left(x^2 + \frac{9}{4}\right) /.\ x \to -3$

Out[1]= $-\frac{135}{2}$

entonces en el intervalo $(-\infty, -2)$ f (x) < 0

----

tomamos un x en $(-2, -1)$ por ej, $x = -\frac{3}{2}$ y calculamos $f\left(-\frac{3}{2}\right)$

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = \left(\left(-\frac{3}{2}\right)^3 + 3\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 2\left(-\frac{3}{2}\right)\right) \cdot \left(\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}\right) =$$
$$\left(-\frac{27}{8} + \frac{27}{4} - 3\right) \cdot \left(\frac{9}{4} + \frac{9}{4}\right) = \left(\frac{27}{8} - 3\right) \cdot \left(\frac{9}{2}\right) = \frac{3}{8} \cdot \frac{9}{2} > 0$$

In[2]:= $\left(x^3 + 3x^2 + 2x\right)\left(x^2 + \frac{9}{4}\right) /.\ x \to -\frac{3}{2}$

Out[2]= $\frac{27}{16}$

entonces en el intervalo (-2, -1) f (x) > 0

----

tomamos un x en $(-1, 0)$ por ej, $x = -\frac{1}{2}$ y calculamos $f\left(-\frac{1}{2}\right)$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(-\frac{1}{2}\right)\right) \cdot \left(\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}\right) = \left(-\frac{1}{8} + 3 \cdot \frac{1}{4} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{9}{4}\right)$$
$$= \left(-\frac{1}{8} + \frac{3}{4} - 1\right) \cdot \left(\frac{10}{4}\right) = \frac{(-1 + 6 - 8)}{8} \cdot \frac{5}{2} = -\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{2} = -\frac{15}{16} < 0$$

In[3]:= $\left(x^3 + 3\,x^2 + 2\,x\right)\left(x^2 + \frac{9}{4}\right)$ /. $x \to -\frac{1}{2}$

Out[3]= $-\frac{15}{16}$

entonces en el intervalo (-1, 0)   f (x) < 0

----

tomamos un x en $(0, +\infty)$ por ej, x = 1 y calculamos f (1)

$$f(1) = \left((1)^3 + 3\,(1)^2 + 2\,(1)\right)\cdot\left((1)^2 + \frac{9}{4}\right) = (1 + 3 + 2)\cdot\left(1 + \frac{9}{4}\right)$$

$$= 6\cdot\left(\frac{13}{4}\right) = 3\cdot\frac{13}{2} = \frac{39}{2} = > 0$$

In[4]:= $\left(x^3 + 3\,x^2 + 2\,x\right)\left(x^2 + \frac{9}{4}\right)$ /. $x \to 1$

Out[4]= $\frac{39}{2}$

entonces en el intervalo $(0, +\infty)$ f (x) > 0

Resumiendo :

$(-\infty, -2)$ $(-2, -1)$ $(-1, 0)$ $(0, +\infty)$

En $(-\infty, -2)$ $f(x) < 0$

En $(-2, -1)$ $f(x) > 0$

En $(-1, 0)$ $f(x) < 0$

En $(0, +\infty)$ $f(x) > 0$

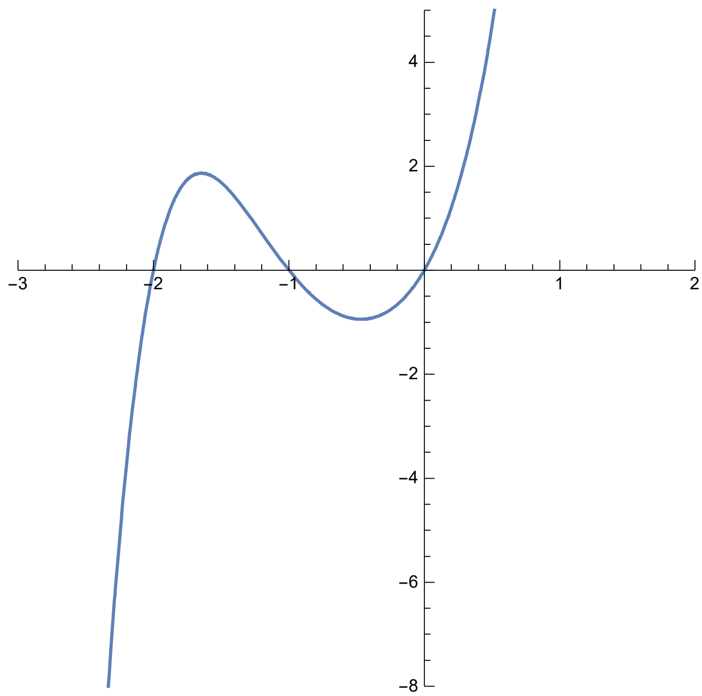
El comportamiento de f (x) en cuanto al cambio de signo, de positiva a negativa se resume en los conjuntos C^+ y C^- :

$$C^+ = (-2, -1) \cup (0, +\infty)$$

$$C^- = (-\infty, -2) \cup (-1, 0)$$

In[5]:=
```
grafF29e = Plot[(x^3 + 3 x^2 + 2 x) (x^2 + 9/4),
  {x, -3, 2}, PlotRange → {{-3, 2}, {-8, 5}}, AspectRatio → 1]
```
representación gráfica · rango de representación · cociente de aspecto

Out[5]=



Ej 29 f) Hallar C^0 y determinar C^+ y C^-

$f(x) = 64 - x^4$

$C^0 = \{x \in \text{Dominio de } f \ / \ f(x) = 0\}$

$f(x) = 0$ cuando $64 - x^4 = 0$

por diferencia de cuadrados $(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b)$

y entonces $a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$ en donde hemos aplicado dos veces

la diferencia de cuadrados

Aplicado a $64 - x^4 = (8 - x^2)(8 + x^2) = (\sqrt{8} - x)(\sqrt{8} + x)(8 + x^2)$

In[6]:=
```
Expand[(√8 - x) (√8 + x) (8 + x^2)]
```
expande factores

Out[6]= $64 - x^4$

Hemos factorizado $f(x) = 64 - x^4$ **como** $f(x) = \left(\sqrt{8} - x\right)\left(\sqrt{8} + x\right)\left(8 + x^2\right)$

Para hallar los ceros tendremos que encontrar los x /

$\left(\sqrt{8} - x\right)\left(\sqrt{8} + x\right)\left(8 + x^2\right) = 0$

que es el producto de tres factores, entonces el producto será cero,
cuando cada uno de ellos sea cero :

$\sqrt{8} - x = 0$ **despejando** $x = \sqrt{8}$

$\sqrt{8} + x = 0$ **despejando** $x = -\sqrt{8}$

$8 + x^2 = 0$ **de este factor no se obtiene ningún x . porque un numero al cuadrado siempre es** > 0 **y si además le sumamos un número positivo,**
dicha suma de positivos nunca será 0

Entonces

$C^0 = \left\{-\sqrt{8}, \sqrt{8}\right\}$ **de** $f(x) = 64 - x^4 = \left(\sqrt{8} - x\right)\left(\sqrt{8} + x\right)\left(8 + x^2\right)$

Para obtener C^+ **y** C^- **analizamos el signo de f (x) en los intervalos :**

$\left(-\infty, -\sqrt{8}\right)$ $\left(-\sqrt{8}, \sqrt{8}\right)$ $\left(\sqrt{8}, +\infty\right)$

tomamos un x en $\left(-\infty, -\sqrt{8}\right)$ **por ej,** $x = -9$ **y calculamos** $f(-9)$

$f(-3) = 64 - (-3)^4 = 64 - 81 = -17 < 0$

In[12]:= `64 - x^4 /. x → -3`

Out[12]= -17

entonces en el intervalo $\left(-\infty, -\sqrt{8}\right)$ $f(x) < 0$

----

tomamos un x en $\left(-\sqrt{8}, \sqrt{8}\right)$ **por ej,** $x = 0$ **y calculamos** $f(0)$

$f(0) = 64 - (0)^4 = 64 - 0 = 64 > 0$

In[14]:= `64 - x^4 /. x → 0`

Out[14]= 64

entonces en el intervalo $\left(-\sqrt{8}, \sqrt{8}\right)$ $f(x) > 0$

----

tomamos un x en $\left(\sqrt{8}, +\infty\right)$ **por ej,** $x = 3$ **y calculamos** $f(3)$

$f(3) = 64 - (3)^4 = 64 - 81 = -17 < 0$

In[13]:= `64 - x^4 /. x → 3`

Out[13]= -17

entonces en el intervalo $\left(-\infty, -\sqrt{8}\right)$ $f(x) < 0$

Resumiendo :

en los intervalos $\left(-\infty, -\sqrt{8}\right)$ $\left(-\sqrt{8}, \sqrt{8}\right)$ $\left(\sqrt{8}, +\infty\right)$ **f (x) se comporta así**

En $\left(-\infty, -\sqrt{8}\right)$ $f(x) < 0$

En $\left(-\sqrt{8}, \sqrt{8}\right)$ $f(x) > 0$

En $\left(\sqrt{8}, +\infty\right)$ $f(x) < 0$

El comportamiento de f (x) en cuanto al cambio de signo, de positiva a negativa se resume en los conjuntos C^+ y C^- :

$C^+ = \left(-\sqrt{8}, \sqrt{8}\right)$

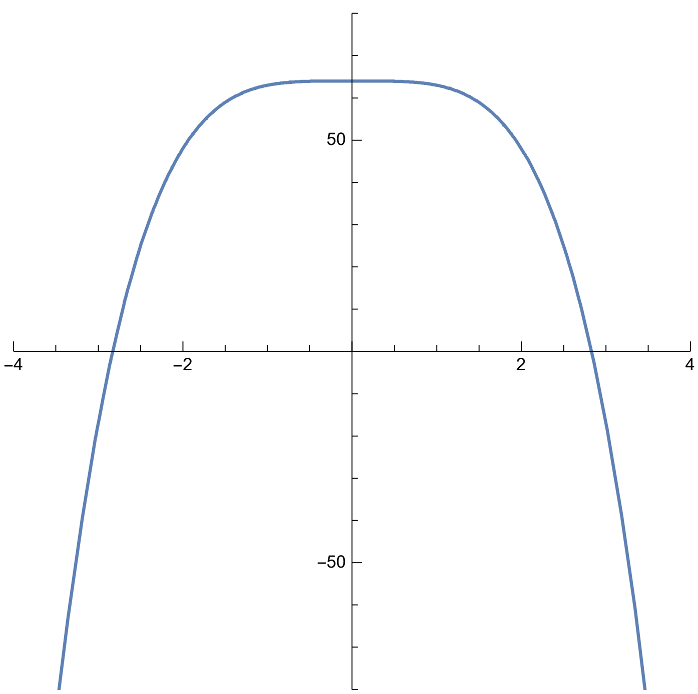
$C^- = \left(-\infty, -\sqrt{8}\right) \cup \left(\sqrt{8}, +\infty\right)$

$C^0 = \left\{-\sqrt{8}, \sqrt{8}\right\}$

In[20]:= `grafF29f = Plot[64 - x^4, {x, -4, 4}, PlotRange → {{-4, 4}, {-80, 80}}, AspectRatio → 1]`

representación gráfica | rango de representación | cociente de aspecto

Out[20]=



Ej 29 g) Hallar C^0 y determinar C^+ y C^-

$f(x) = x^3 - 8$

$C^0 = \{x \in$ Dominio de $f \ / \ f(x) = 0\}$

$f(x) = 0$ cuando $x^3 - 8 = 0$

Para factorizar $f(x)$ observemos que $x = 2$ es raíz de $f(x)$
podemos aplicar Ruffini para dividir por $(x - 2)$ y bajar en 1 el grado de $f(x)$

$f(x) = x^3 - 8 = x^3 + 0\,x^2 + 0\,x - 8$
como 2 es raíz, dividimos por x - 2

	1	0	0	-8
2		2	4	8
	1	2	4	$\boxed{0}$

$f(x) = x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

Entonces, $f(x)$ se puede factorizar como :

$$f(x) = (x - 2)\,(x^2 + 2x + 4)$$

completando cuadrados en el 2 do factor

$$x^2 + 2x + 4 = x^2 + 2x \cdot 1 + (1)^2 - (1)^2 + 4 = (x + 1)^2 - 1 + 4 = (x + 1)^2 + 3$$

vemos que

$$f(x) = (x - 2)\left[(x + 1)^2 + 3\right]$$

Para calcular el conjunto de ceros, igualamos a cero

$$f(x) = 0$$

$$(x - 2)\left[(x + 1)^2 + 3\right] = 0$$

entonces cada uno de los factores debe ser cero

$$x - 2 = 0$$

$$(x + 1)^2 + 3 = 0$$

pero este último nunca puede ser cero

(es la suma de algo al cuadrado + un número positivo)

Entonces la única raíz o cero de f (x) es x = 2 y es de grado 1

$C^0 = \{2\}$ de $f(x) = x^3 - 8 = (x - 2)\left[(x + 1)^2 + 3\right]$

Para obtener C^+ y C^- analizamos el signo de f (x) en los intervalos :

$(-\infty, 2)$ $(2, +\infty)$

----

tomamos un x en $(-\infty, 2)$ por ej, x = 0 y calculamos f (0)

$f(0) = (0)^3 - 8 = -8 < 0$

In[25]:= $x^3 - 8$ /. x → 0

Out[25]= -8

entonces en el intervalo $(-\infty, 2)$ $f(x) < 0$

----

tomamos un x en $(2, +\infty)$ por ej, x = 3 y calculamos f (3)

$f(3) = (3)^3 - 8 = 27 - 8 = 19 > 0$

In[26]:= $x^3 - 8$ /. x → 3

Out[26]= 19

entonces en el intervalo $(2, +\infty)$ $f(x) > 0$

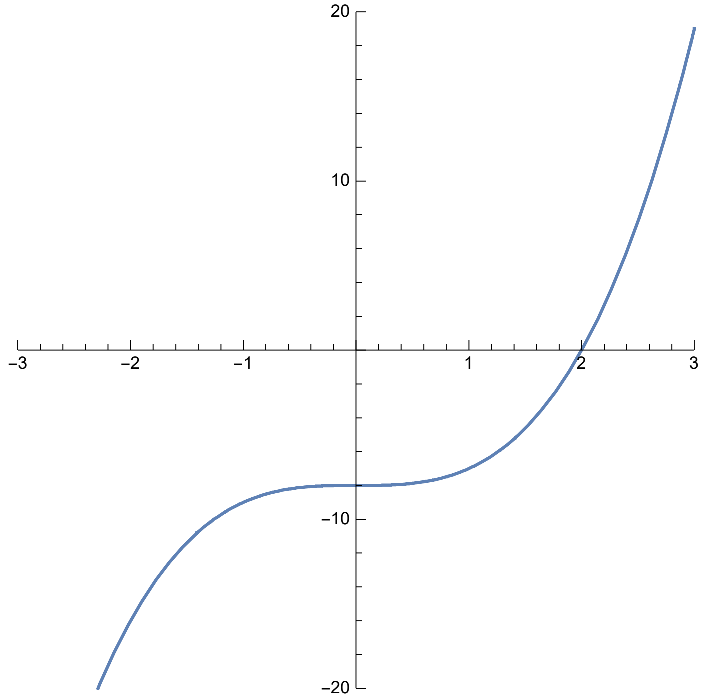
El comportamiento de f (x) en cuanto al cambio de signo, de positiva a negativa
se resume en los conjuntos C^+ y C^- :

$C^+ = (2, +\infty)$

$C^- = (-\infty, 2)$

$C^0 = \{2\}$

In[29]:= grafF29g = Plot[$x^3 - 8$, {x, -3, 3}, PlotRange → {{-3, 3}, {-20, 20}}, AspectRatio → 1]
representación gráfica | rango de representación | cociente de aspecto

Out[29]=


Ej 29 h) Hallar C^0 y determinar C^+ y C^-

$f(x) = (x^2 - 3x - 4)(x^2 + 4x + 3)$

$C^0 = \{x \in \text{Dominio de } f \ / \ f(x) = 0\}$

$f(x) = 0$ cuando $(x^2 - 3x - 4)(x^2 + 4x + 3) = 0$

Esto sucede cuando cada uno de los factores es cero, entonces

caso i) $x^2 - 3x - 4 = 0$

caso ii) $x^2 + 4x + 3 = 0$

Completando cuadrados en caso i)

$$x^2 - 3x - 4 = x^2 - 2 \cdot x \ \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - 4 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$$

entonces $x^2 - 3x - 4 = 0$ **es similar a resolver** $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} = 0$

$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \quad \Longrightarrow \quad \sqrt{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{4}}$

$\left|x - \frac{3}{2}\right| = \frac{5}{2}$ **y por el Teorema 0 de módulo da como soluciones**

$x - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$ ó $x - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2} \Longrightarrow x = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}$ ó $x = -\frac{5}{2} + \frac{3}{2} \Longrightarrow x = 4$ ó $x = -1$

Entonces en el caso i) encontramos los ceros 4 y - 1

Veamos ahora el caso ii)

$x^2 + 4x + 3 = 0$

Completando cuadrados : $x^2 + 4x + 3 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 3 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + (2)^2 - (2)^2 + 3$
$= \left(x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + (2)^2\right) - 4 + 3 = (x + 2)^2 - 1$

es decir $x^2 + 4x + 3 = 0 \Longrightarrow (x + 2)^2 - 1 = 0$ **despejemos x :**

$(x + 2)^2 - 1 = 0 \Longrightarrow (x + 2)^2 = 1 \Longrightarrow \sqrt{(x + 2)^2} = \sqrt{1} \Longrightarrow |x + 2| = 1$

y por el Teorema 0 de módulo, da como soluciones

$x + 2 = 1$ ó $x + 2 = -1 \Longrightarrow x = 1 - 2$ ó $x = -1 - 2 \Longrightarrow x = -1$ ó $x = -3$

Entonces en el caso ii) encontramos los ceros - 3 y - 1

Por lo tanto el conjunto de ceros de $f(x) = \left(x^2 - 3x - 4\right)\left(x^2 + 4x + 3\right)$ **es**

$C^0 = \{-3, -1, 4\}$ con x = -1 raíz doble

Para obtener C^+ y C^- analizamos el signo de f (x) en los intervalos :

$(-\infty, -3) \quad (-3, -1) \quad (-1, 4) \quad (4, +\infty)$

----

tomamos un x en $(-\infty, -3)$ por ej, x = -4 y calculamos f (-4)

$f(-4) = \left((-4)^2 - 3 \cdot (-4) - 4\right)\left((-4)^2 + 4 \cdot (-4) + 3\right) = [16 + 12 - 4] \cdot [16 - 16 + 3]$
$= 24 \cdot 3 = 72 > 0$

In[34]:= $\left(x^2 - 3x - 4\right)\left(x^2 + 4x + 3\right)$ /. x → -4

Out[34]= 72

entonces en el intervalo $(-\infty, -3)$ $f(x) > 0$

----

tomamos un x en $(-3, -1)$ por ej, $x = -2$ y calculamos $f(-2)$

$f(-2) = ((-2)^2 - 3 \cdot (-2) - 4)\ ((-2)^2 + 4 \cdot (-2) + 3) = [4 + 6 - 4] \cdot [4 - 8 + 3]$
$= 6 \cdot (-1) = -6 < 0$

In[35]:= `(x^2 - 3 x - 4) (x^2 + 4 x + 3) /. x → -2`

Out[35]= -6

entonces en el intervalo $(-3, -1)$ $f(x) < 0$

----

tomamos un x en $(-1, 4)$ por ej, $x = 0$ y calculamos $f(0)$

$f(0) = (0^2 - 3 \cdot 0 - 4) \cdot (0^2 + 4 \cdot 0 + 3) = [0 - 0 - 4] \cdot [0 + 0 + 3]$
$= (-4) \cdot 3 = -12 < 0$

In[36]:= `(x^2 - 3 x - 4) (x^2 + 4 x + 3) /. x → 0`

Out[36]= -12

entonces en el intervalo $(-1, 4)$ $f(x) < 0$

Finalmente, tomamos un x en $(4, +\infty)$ por ej, $x = 5$ y calculamos $f(5)$

$f(5) = (5^2 - 3 \cdot 5 - 4) \cdot (5^2 + 4 \cdot 5 + 3) = [25 - 15 - 4] \cdot [25 + 20 + 3]$
$= 6 \cdot 48 = 288 > 0$

In[37]:= `(x^2 - 3 x - 4) (x^2 + 4 x + 3) /. x → 5`

Out[37]= 288

entonces en el intervalo $(4, +\infty)$ $f(x) > 0$

El comportamiento de $f(x)$ en cuanto al cambio de signo, de positiva a negativa se resume en los conjuntos C^+ y C^- :

$C^+ = (-\infty, -3) \cup (4, +\infty)$

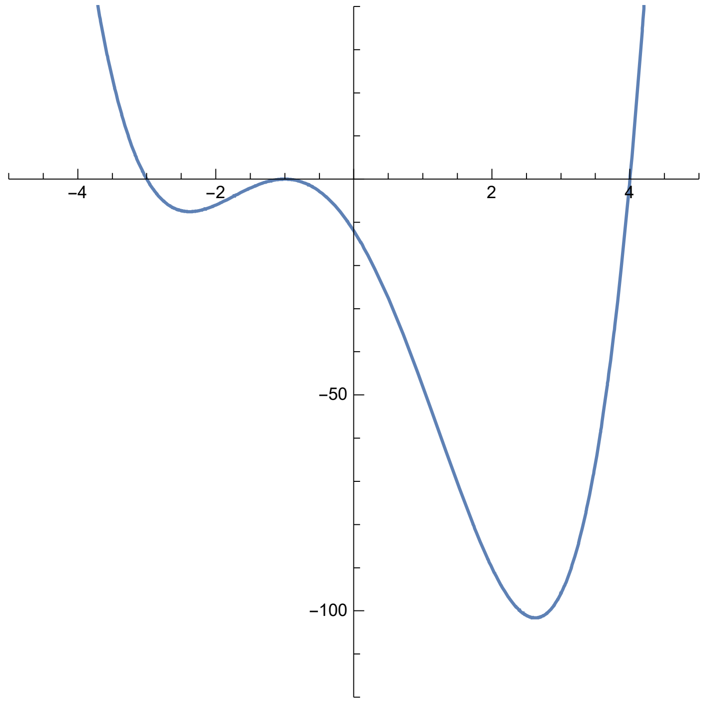
$C^- = (-3, -1) \cup (-1, 4)$

$C^0 = \{-3, -1, 4\}$

In[33]:= grafF29h = Plot[$(x^2 - 3x - 4)(x^2 + 4x + 3)$,
representación gráfica

{x, -5, 5}, PlotRange → {{-5, 5}, {-120, 40}}, AspectRatio → 1]
rango de representación | cociente de aspecto

Out[33]=



++

Ejercicio 30.- Sea $f(x) = x^3 + x - 7$. Probar que

a. f tiene un cero en el intervalo $(1;2)$

b. f tiene un cero en el intervalo $(1,7;1,8)$

c. f tiene un cero en el intervalo $(1,73;1,74)$

Ej 30 a) Para probar que f tiene un cero o raíz en un intervalo usamos el Teorema de Bolzano
el cual establece que si f es continua en el intervalo [a, b] y es f (a) >
0 y f (b) < 0 entonces
en ese intervalo existe un c, entre a y b tal que f (c) = 0 o sea c es raíz de f (x)

Bolzano observa que si f es continua y en un intervalo cambia de signo
(pasa de ser positiva a negativa, o viceversa)
entonces tiene que cruzar el eje x , por lo menos una vez

Si queremos probar que f tiene un cero en le intervalo (1, 2)
bastará con ver que f (x) cambia de signo en los extremos del intervalo

Calculemos f (1) con f (x) = $x^3 + x - 7$, es decir,
evaluamos f en el extremo izquierdo del intervalo

f (1) = $1^3 + 1 - 7 = -5 < 0$

Ahora evaluemos f en el extremo derecho del intervalo, en x = 2

f (2) = $2^3 + 2 - 7 = 8 + 2 - 7 = 3 > 0$

Es decir que f (x) cambió de signo en el intervalo [1, 2]
entonces tuvo que cruzar el eje x
en algún punto del intervalo (1, 2) y por lo tanto tiene
un cero en dicho intervalo

Bolzano no nos dice cuál es el valor de la raíz solo que existe

----

Ej 30 b) ahora nos piden que probemos que el cero está en el intervalo (1.7, 1.8)

evaluamos f (1.7) y f (1.8) para ver si f cambia de signo

f (1.7) = -0.387 < 0

In[38]:= `x^3 + x - 7 /. x → 1.7`

Out[38]= -0.387

f (1.8) = 0.632 > 0

In[39]:= `x^3 + x - 7 /. x → 1.8`

Out[39]= 0.632

Como f (x) cambió de signo, en ese intervalo (1.7, 1.8) tiene un cero

----

Ej 30 c) ahora nos piden que probemos que el cero esta en el intervalo (1.73, 1.74)

evaluamos f (1.73) y f (1.74) para ver si f cambia de signo

f (1.73) = -0.092283 < 0

In[40]:= `x^3 + x - 7 /. x → 1.73`

Out[40]= -0.092283

f (1.74) = 0.008024 > 0

In[41]:= `x^3 + x - 7 /. x → 1.74`

Out[41]= 0.008024

Como f (x) cambio de signo en ese intervalo (1.73, 1.74) existe un cero

++

Ejercicio 31.- Aproximar con error menor que $1/32$ un cero de f en el intervalo indicado.

a. $f(x)=x^5-x-32$ en $(2;3)$

b. $f(x)=x^3+x^2+x-1000$ en $(9;10)$

Ej 31 a)

$f(x) = x^5 - x - 32$

f (x) tiene un cero en el intervalo de
amplitud 1 el intervalo $(2, 3)$ porque cambia de signo

$f(2) = -2 < 0$

$f(3) = 208 > 0$

Es decir que si digo que la raiz es un número entre 2 y 3
a los sumo estaría cometiendo un error menor que 1

Afinemos las cuentas y veamos cuánto vale f (2.1)

$f(2.1) = 6.74101 > 0$

como $f(2) = -2 < 0$ y $f(2.1) = 6.74101 > 0$

Es decir que en el intervalo $(2, 2.1)$ f (x) cambia de signo

Pero ahora si digo que la raiz es un número entre 2 y 2.1
a los sumo estaría cometiendo un error menor que $0.1 = \frac{1}{10}$ que no es menor $\frac{1}{32}$ que me pedían

Tenemos que afinar aún más la detección de la raíz

Calculemos ahora f (2.01)

$f(2.01) = -1.20196$ tiene el mismo signo negativo que f (-2)
o sea no cambio de signo en 2.01

entonces probemos con f (2.02) a ver si da positivo

$f(2.02) = -0.3876783968$ tampoco cambió de signo
$f(2.03) = 0.443088124299976$ acá sí vemos que cambió de signo

O sea que la raíz está en el intervalo $(2.02, 2.03)$
notación O

si digo que la raiz es un número entre 2.02 y 2.03
a los sumo estaría cometiendo un error menor que $0.01 = \frac{1}{100}$ el ancho dle intervalo

que ahora sí es menor que $\frac{1}{32}$ que er lo que me pedían

Entonces, decir que la raíz está en el intervalo (2.02, 2.03) es dar un valor aproximado

con error 0.01 que es < $\frac{1}{32}$ = 0.03125

Cálculos auxiliares :

$\frac{1}{32}$ = 0.03125

In[43]:= $N\left[\frac{1}{32}\right]$
valor numérico

Out[43]= 0.03125

$f(x) = x^5 - x - 32$

$f(2) = -2 < 0$

In[90]:= $x^5 - x - 32 \text{ /. } x \to 2$

Out[90]= -2

$f(3) = 208 > 0$

In[45]:= $x^5 - x - 32 \text{ /. } x \to 3$

Out[45]= 208

$f(2.1) = 6.74101$

$x^5 - x - 32 \text{ /. } x \to 2.1 > 0$

Out[91]= 6.74101

$f(2.02) = -0.3876783968 < 0$

In[92]:= $x^5 - x - 32 \text{ /. } x \to 2.02$

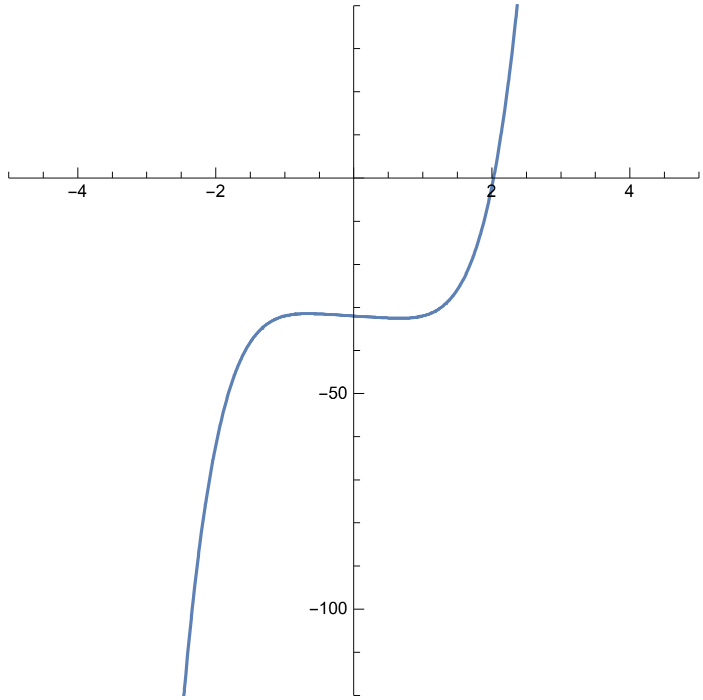
Out[92]= -0.387678

$f(2.03) = 0.443088124299976 > 0$

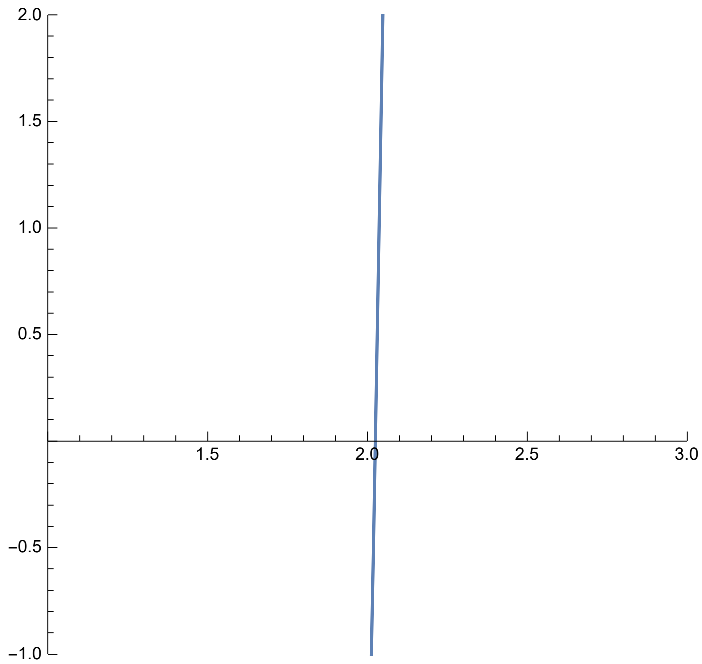
In[93]:= $x^5 - x - 32 \text{ /. } x \to 2.03$

Out[93]= 0.443088

In[53]:= grafF29h =
 Plot[x^5 - x - 32, {x, -5, 5}, PlotRange → {{-5, 5}, {-120, 40}}, AspectRatio → 1]
 representación gráfica | rango de representación | cociente de aspecto

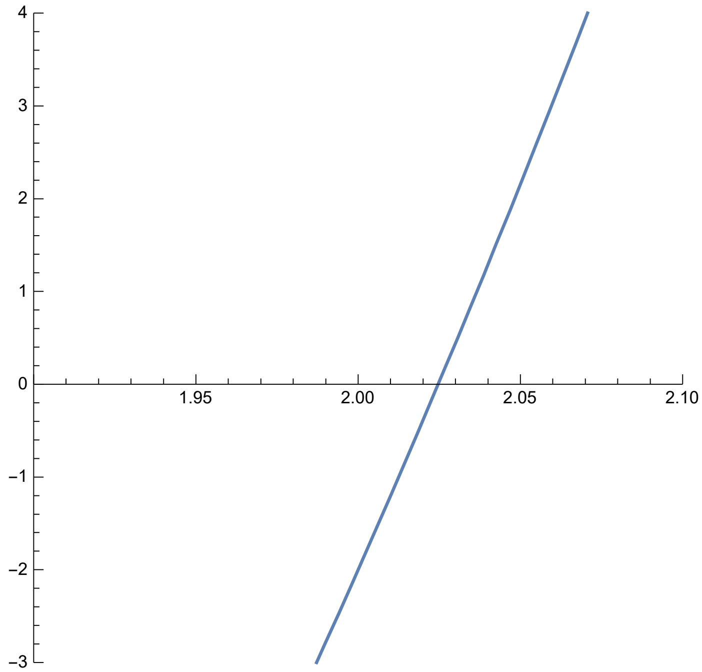
Out[53]=


In[97]:= grafF29h = Plot[x^5 - x - 32, {x, 1, 3}, PlotRange → {{1, 3}, {-1, 2}}, AspectRatio → 1]
 representación gráfica | rango de representación | cociente de aspecto

Out[97]=


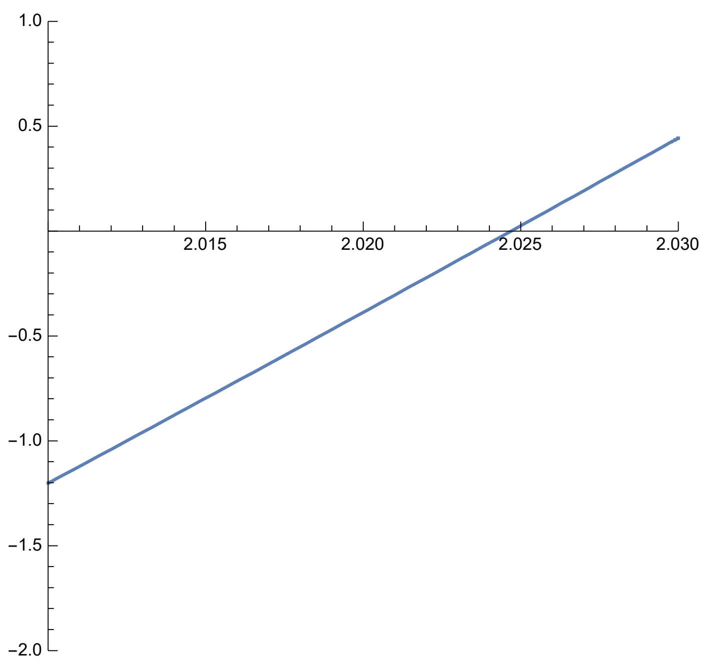
In[58]:=
```
grafF29h =
 Plot[x^5 - x - 32, {x, 1.9, 2.1}, PlotRange → {{1.9, 2.1}, {-3, 4}}, AspectRatio → 1]
```
representación gráfica | rango de representación | cociente de aspecto

Out[58]=



In[60]:=
```
grafF29h =
 Plot[x^5 - x - 32, {x, 2.01, 2.03}, PlotRange → {{2.01, 2.03}, {-2, 1}}, AspectRatio → 1]
```
representación gráfica | rango de representación | cociente de aspecto

Out[60]=



Ej 31 b) aproximar con error menor que $\frac{1}{32}$ una raíz de f en el intervalo $(9, 10)$

siendo $f(x) = x^3 + x^2 + x - 1000$

f (x) tiene un cero en el intervalo de amplitud 1 el intervalo $(9, 10)$ porque cambia de signo

$f(9) = -181 < 0$

$f(10) = 110 > 0$

Es decir que si digo que la raìz es un número entre 9 y 10
a los sumo estaría cometiendo un error menor que 1 (el ancho del intervalo)

Afinemos las cuentas y veamos cuánto vale $f(9.1)$

$f(9.1) = -154.519 < 0$ entre $f(9)$ y $f(9.1)$ no cambió de signo
entonces veamos si cambia en $f(9.2)$

como $f(2) = -2 < 0$ y $f(2.1) = 6.74101 > 0$

$f(9.2) = -127.472 < 0$

Viene medio lento esto entonces vamos a $f(9.8)$

$f(9.8) = 47.032 > 0$ ah aca ya cambió de signo y no habrá cambiado antes en 9.7 ?

Veamos $f(9.7) = 16.463 > 0$
Antes en $f(9.6) = -13.504 < 0$
Ah ok , entonces la raíz está entre 9.6 y 9.7

Es decir que en el intervalo $(2, 2.1)$ f (x) cambia de signo

Pero si digo que la raìz es un número entre 9.6 y 9.7
a los sumo estaría cometiendo un error menor que $0.1 = \frac{1}{10}$ que no es menor $\frac{1}{32}$ que me pedían

Tenemos que afinar aún más la detección de la raíz

Veamos en 9.61

$f(9.61) = -10.534219 < 0$
$f(9.62) = -7.558472 < 0$
$f(9.63) = -4.576753 < 0$
$f(9.64) = -1.589056 < 0$
$f(9.65) = 1.404625 > 0$

Acá cambió de signo

Entonces si digo que la raìz es un número entre 9.64 y 9.65

a los sumo estaría cometiendo un error menor que $0.01 = \frac{1}{100}$

que sí es menor $\frac{1}{32}$ que me pedían

Entonces, decir que la raíz está en el intervalo (9.64, 9.65)

es dar un valor aproximado

con error 0.01 que es $< \frac{1}{32} = 0.03125$

Cálculos auxiliares

In[98]:= $x^3 + x^2 + x - 1000 \ /. \ x \to 9$

Out[98]= -181

In[99]:= $x^3 + x^2 + x - 1000 \ /. \ x \to 10$

Out[99]= 110

In[100]:= $x^3 + x^2 + x - 1000 \ /. \ x \to 9.1$

Out[100]= -154.519

In[101]:= $x^3 + x^2 + x - 1000 \ /. \ x \to 9.2$

Out[101]= -127.472

In[102]:= $x^3 + x^2 + x - 1000 \ /. \ x \to 9.8$

Out[102]= 47.032

In[103]:= $x^3 + x^2 + x - 1000 \ /. \ x \to 9.7$

Out[103]= 16.463

In[104]:= $x^3 + x^2 + x - 1000 \ /. \ x \to 9.6$

Out[104]= -13.504

In[105]:= $x^3 + x^2 + x - 1000 \ /. \ x \to 9.61$

Out[105]= -10.5342

In[106]:= $x^3 + x^2 + x - 1000 \ /. \ x \to 9.62$

Out[106]= -7.55847

In[107]:= $x^3 + x^2 + x - 1000 \ /. \ x \to 9.63$

Out[107]= -4.57675

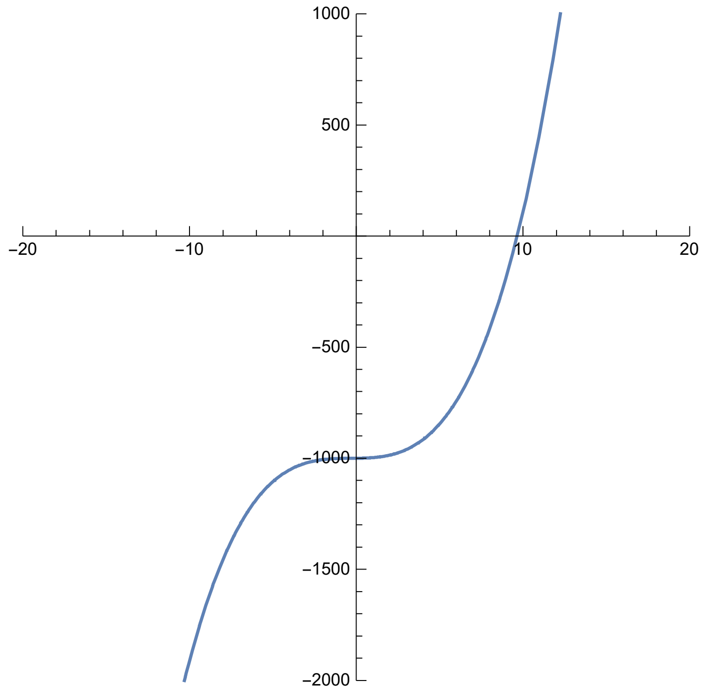
In[108]:= $x^3 + x^2 + x - 1000 \ /. \ x \to 9.64$

Out[108]= -1.58906

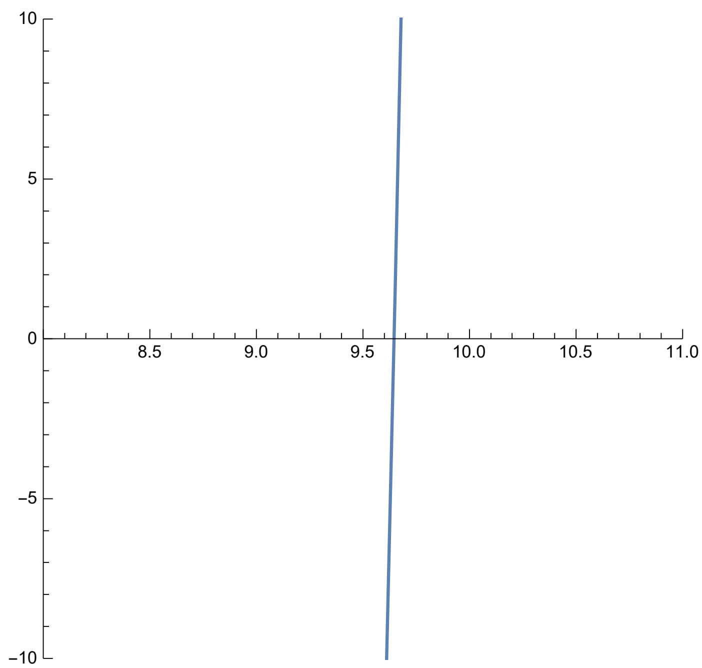
In[109]:= $x^3 + x^2 + x - 1000 \ /. \ x \to 9.65$

Out[109]= 1.40463

In[114]:= grafF29h = Plot[x^3 + x^2 + x - 1000, {x, -20, 20},
representación gráfica
PlotRange → {{-20, 20}, {-2000, 1000}}, AspectRatio → 1]
rango de representación cociente de aspecto

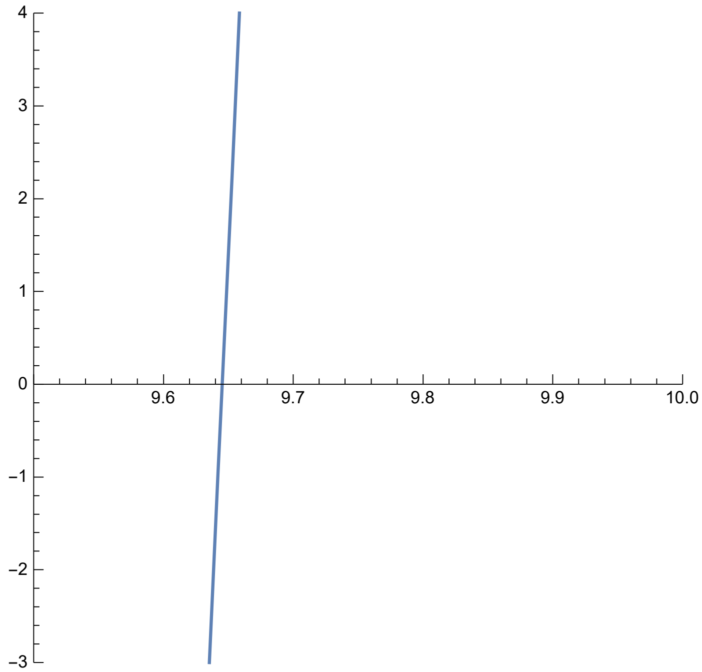
Out[114]=


In[118]:= grafF29h =
Plot[x^3 + x^2 + x - 1000, {x, 8, 11}, PlotRange → {{8, 11}, {-10, 10}}, AspectRatio → 1]
representación gráfica rango de representación cociente de aspecto

Out[118]=


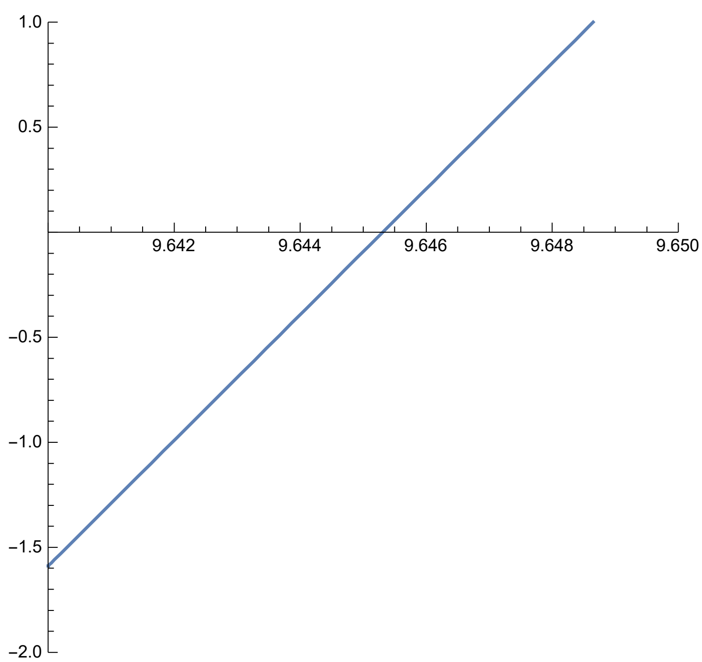
In[119]:=
```
grafF29h =
  Plot[x^3 + x^2 + x - 1000, {x, 9.5, 10}, PlotRange → {{9.5, 10}, {-3, 4}}, AspectRatio → 1]
```
representación gráfica | rango de representación | cociente de aspecto

Out[119]=



In[120]:=
```
grafF29h = Plot[x^3 + x^2 + x - 1000, {x, 9.64, 9.65},
  PlotRange → {{9.64, 9.65}, {-2, 1}}, AspectRatio → 1]
```
representación gráfica | rango de representación | cociente de aspecto

Out[120]=



++
++