A tener en cuenta cuando tenemos un numero irracional como $\sqrt{40}$

Los números reales están formados por los números racionales conjunto "Q" y los números irracionales conjunto "I"

número i

Dentro de los Q están los números enteros Z y dentro de los Z los Naturales "N"

valor nur

Es decir que cuado en la recta real marcamos un punto puede ser cualquiera de los "Q" o de los "I"

número i

Los números "Q" son los que se pueden escribir como cociente de enteros

$$q \text{ es racional} \Longleftrightarrow q = \frac{m}{n} \quad m\ n\ \text{ números enteros} \quad n \neq 0$$

Por ejemplo, 6.32 **es racional porque** $6.32 = \dfrac{632}{100} = \dfrac{158}{25}$

Además se puede probar que el desarrollo decimal de un $q \in Q$ **en algún momento se detiene o tienen un desarrollo decimal INFINITO periódico**

Un numero racional tiene un desarrollo decimal finito o un desarrollo decimal INFINITO PERIÓDICO

Ejemplo : $\dfrac{1}{3}$ **es un número racional porque se escribe como cociente de enteros y su desarrollo decimal es infinito periódico :**

$$\frac{1}{3} = 0.33333333333333333 \; .... = 0.\overset{\frown}{3}$$

Por lo tanto, si uno dice que $\dfrac{1}{3} = 0.333$ **no está bien,**

0.333 **es una aproximación de** $\dfrac{1}{3}$

Formalmente $\dfrac{1}{3}$ **es** $\dfrac{1}{3}$ **o** $\dfrac{1}{3} = 0.\overset{\frown}{3}$

En cuanto a los irracionales :

A diferencia de los racionales, los números irracionales NO se pueden escribir como cociente de enteros $q = \dfrac{m}{n}$ **m n enteros** $n \neq 0$ **y**

tienen un desarrollo decimal infinito NO PERIÓDICO

el numero $\sqrt{40}$ **es irracional y no se puede escribir como un Q**

In[87]:= N[$\sqrt{40}$, 100]
valor numérico

6.32455532033675866399778708886543706743911027865043365371500970558518887727847644268849621675860059037469456830568011029709771206090 77...
y sigue.

y las cifras nunca se repiten

Otro número irracional es el $\sqrt{2}$ que es el largo de una hipotenusa
de un triángulo rectangulo de catetos de valor 1

Formalmente

Por lo tanto si uno dice que $\sqrt{2}$ = 1.41421 no está bien, 1.41421 es una aproximación de $\sqrt{2}$

Formalmente $\sqrt{2}$ es $\sqrt{2}$ y cualquier número
decimal que escribamos para representarlo como
el 1.41421356 no será igual sino una aproximación

Entre el $\sqrt{2}$ y el 1.41421356 hay infinitos
números más próximos a $\sqrt{2}$ pero ninguno igual a $\sqrt{2}$

Que tiene que ver todo esto con lo que le dijeron a Jani en su solución :

Jani puso que una solución $x = \sqrt{40}$ era igual a $x = 6.32$
y ahi le dijeron que no aproxime porque
está perdiendo muchos x en la solución (los que están entre $\sqrt{40}$ y 6.32)

Jani debería, o bien,
haber dejado $x = \sqrt{40}$ o en todo caso factorizar el radicando y tratar
de llegar a una expresión con raíz más simple

Veamso de factorizar el radicando : como $40 = 2^3\,5$

$$\sqrt{40} = \sqrt{2^3\,5} = \sqrt{2^2\,2}\cdot\sqrt{5} = \sqrt{2^2}\,\sqrt{2}\,\sqrt{5} = 2\,\sqrt{2}\,\sqrt{5} = 2\,\sqrt{10}$$

y acá no usé ninguna aproximación

entonces su solución $x = \sqrt{40}$ podrá escribirse como $x = 2\,\sqrt{10}$
"sin perder números con una aproximación decimal"

No está bien escribir esta igualdad $x = \sqrt{40} = 6.32$

Si está bien poner $x = \sqrt{40} = 2\,\sqrt{10}$ y dejarlo así