Práctica 2 – Mate 51 – Sede Pilar

Continuación Práctica 2 desde Ej Surtidos – Funciones cuadráticas

++

EJERCICIOS SURTIDOS

Ejercicio 1.- Hallar el punto de intersección de los gráficos de f y g. Representar gráficamente.

a. $f(x) = 3x + 14$, g es la función lineal tal que $g(2) = 4$ y $g(4) = 6$.

b. $f(x) = 2x - 5$, $g(x) = 0$.

Ej 1 a) $f(x) = 3x + 14$ y $g(x)$ es la funcion lineal que pasa por $(2, 4)$ y el $(4, 6)$

Calculemos $g(x)$

la pendiente $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \Longrightarrow \quad m = \dfrac{6-4}{4-2} = \dfrac{2}{2} = 1$

reemplazando en $g(x) = m\,x + b \quad \Longrightarrow \quad g(x) = 1 \cdot x + b$

Para determinar b reemplazamos las coordenadas del $(2, 4)$

$4 = 1 \cdot 2 + b \quad \Longrightarrow \quad 2 = b$

Entonces $g(x) = x + 2$

Efectivamente, las coordenadas del $(2, 4)$ y del $(4, 6)$ satisfacen la fórmula de $g(x)$

$4 = 2 + 2 \quad , \quad 6 = 4 + 2$

Busquemos el punto de intersección $P_\cap = (x_\cap, y_\cap)$ entre $f(x)$ y $g(x)$

Para ello igualemos f con g

$3x + 14 = x + 2 \quad \Longrightarrow \quad 3x - x = 2 - 14 \quad \Longrightarrow \quad 2x = -12 \quad \Longrightarrow \quad x_\cap = -6$

si reemplazamos en f o en g sale el $y_\cap$

en $f(x)$: $y = 3 \cdot (-6) + 14 = -18 + 14 = -4 \quad \Longrightarrow \quad y_\cap = -4$

Entonces el punto de intersección entre f y g es $P_\cap = (x_\cap, y_\cap) = (-6, -4)$

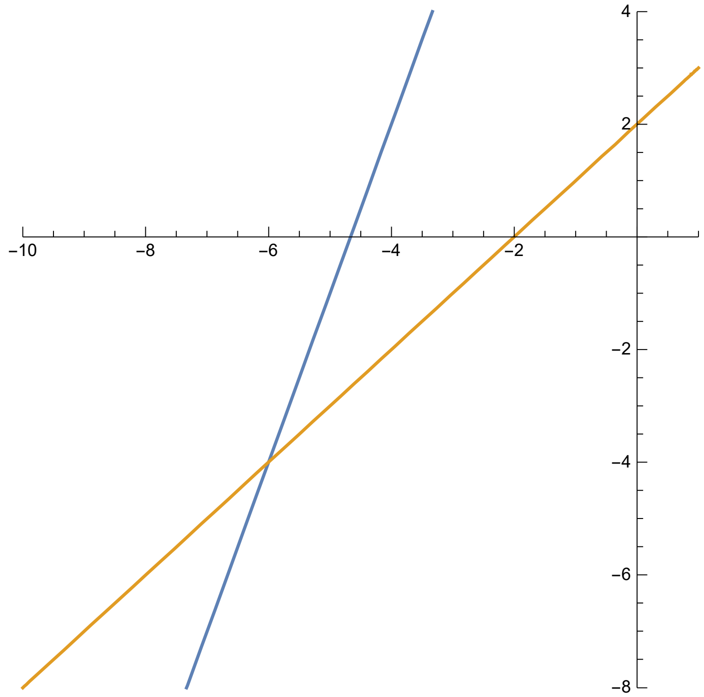
Verifiquemos si $P_\cap$ satisface la fórmula de g (x) y f (x) :

$-4 = -6 + 2 = -4$ si ok satisface la fórmula de g (x)

$-4 = 3\left(-6\right) + 14 = -18 + 14 = -4$ si ok satisface la fórmula de f (x)

```
grafPlotSurt1a =
 Plot[{3 x + 14, x + 2}, {x, -10, 1}, PlotRange → {{-10, 1}, {-8, 4}}, AspectRatio → 1]
```

representación gráfica | rango de representación | cociente de aspecto



Ej 1 b) f (x) = 2 x - 5   y   g (x) = 0

Busquemos el punto de intersección $P_\cap = (x_\cap, y_\cap)$ entre f (x) y g (x)

Para ello igualemos f con g

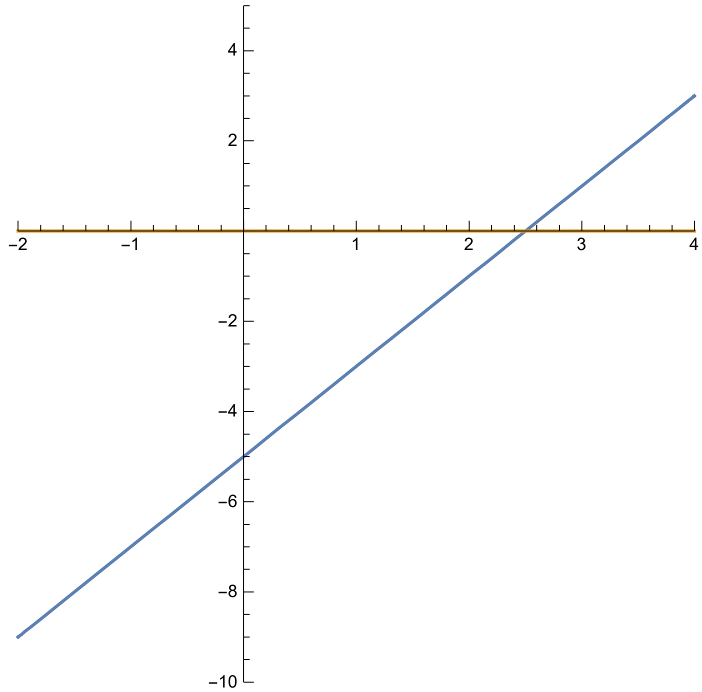
$$2x - 5 = 0 \quad \Longrightarrow \quad 2x = 5 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{5}{2} \quad \Longrightarrow \quad x_\cap = \frac{5}{2}$$

si reemplazamos en f o en g sale el $y_\cap$

en f (x) : $\quad y = 2 \cdot \frac{5}{2} - 5 = 0 \quad \Longrightarrow \quad y_\cap = 0$

Entonces el punto de intersección entre f y g es $P_\cap = (x_\cap, y_\cap) = \left(\frac{5}{2}, 0\right)$

```
grafPlotSurt1b =
 Plot[{2 x - 5, 0}, {x, -2, 4}, PlotRange → {{-2, 4}, {-10, 5}}, AspectRatio → 1]
 representación gráfica              rango de representación                  cociente de aspecto
```



Ejercicio 2.- Sea $f(x)=3(x-c)$. Encontrar el valor de $c\in\mathbb{R}$ para el cual $f(7)=6$.

Para el valor hallado, determinar el conjunto de positividad de f.

Ej 2 f (x) = 3 (x - c) y f (7) = 6. Con el c hallado, hallar C^+

Como f (7) = 6, reemplazamos las coordenadas (7, 6) en f (x)

$$6 = 3(7-c) \implies \frac{6}{3} = 7 - c \implies 2 = 7 - c \implies c = 7 - 2 \implies c = 5$$

$$f(x) = 3(x-5) = 3x - 15$$

Calculemos C^+

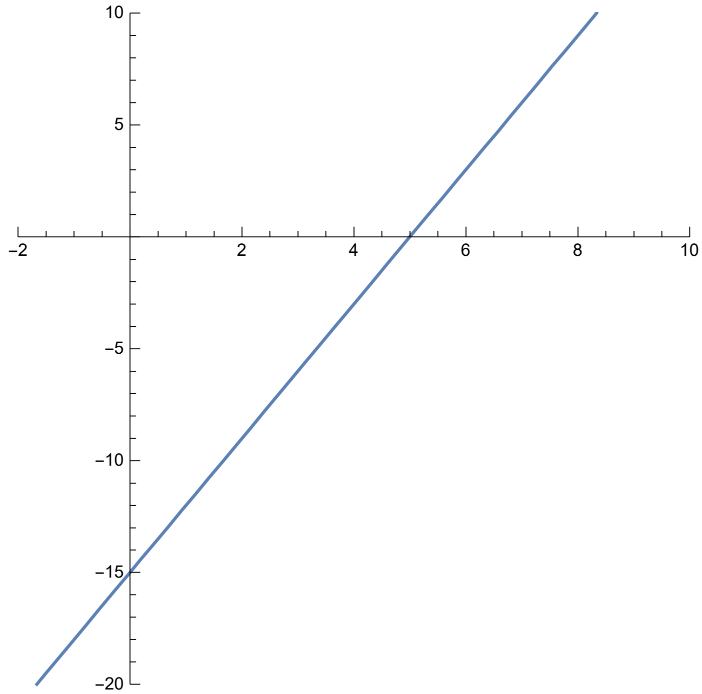
$C^+ = \{x \in \mathrm{Dom}\, f \,/\, f(x) > 0\}$

Planteamos f (x) > 0

$$3x - 15 > 0 \implies 3x > 15 \implies x > 5$$

Entonces $C^+ = (5, +\infty)$

```
grafPlotSurt1b =
 Plot[3 x - 15, {x, -2, 10}, PlotRange → {{-2, 10}, {-20, 10}}, AspectRatio → 1]
 representación gráfica          rango de representación          cociente de aspecto
```



Ejercicio 3.- Sea f la función lineal que verifica $f(-3)=4$ y $f(-1)=2$. Sea $g(x)=-3x+8$. Escribir como un intervalo el conjunto $A=\{x\in\mathbb{R}\,/\,g(x)<f(x)\}$.

Ej 3 f (x) es la funcion lineal que pasa por (-3, 4) y el (-1, 2) y g (x) = -3 x + 8

Calculemos f (x)

la pendiente $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Longrightarrow m = \dfrac{2-4}{-1-(-3)} = \dfrac{-2}{2} = -1$

reemplazando en f (x) = m x + b $\Longrightarrow$ $g(x) = (-1)\cdot x + b$

Para determinar b reemplazamos las coordenadas del (-3, 4)

$4 = (-1)\cdot(-3) + b \Longrightarrow 4 = 3 + b \Longrightarrow 1 = b$

Entonces f (x) = -x + 1

Encontrar el conjunto A = {x ∈ ℝ / g (x) < f (x)}

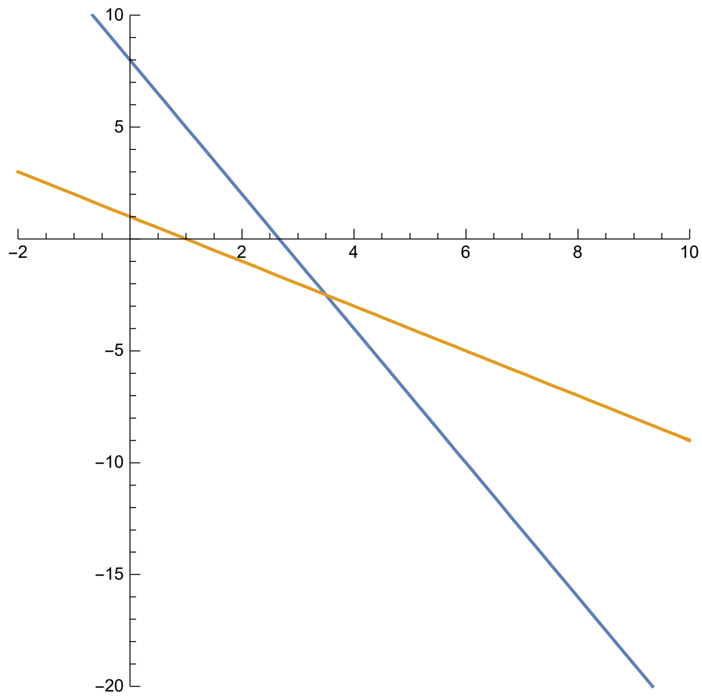
planteamos g (x) < f (x)

$-3x+8 < -x+1 \implies 8-1 < -x+3x \implies 7 < 2x \implies \frac{7}{2} < x$ es decir $x > \frac{7}{2}$

Entonces $A = \left(\frac{7}{2}, +\infty\right)$

A es el conjunto de x para los que las imágenes de g son menores que las de f
es decir para cuáles valores de x el gráfico de g (x) está por debajo del de f (x)

```
grafPlotSurt1b =
 Plot[{-3 x + 8, -x + 1}, {x, -2, 10}, PlotRange → {{-2, 10}, {-20, 10}}, AspectRatio → 1]
 representación gráfica                rango de representación                 cociente de aspecto
```



La recta de color azul g (x) está debajo de la recta de color naranja f (x) a partir de $x > \frac{7}{2}$

Ejercicio 4.- Sean $f(x) = -3x+5$, A el punto del gráfico de f que tiene ordenada igual a -1 y $B = (1,-6)$. Calcular la distancia entre A y B.

Ej 4 $f(x) = -3x+5$

A ∈ al gráfico de f y tiene ordenada -1 (o sea nos dan la y del punto A) y $B = (1, -6)$

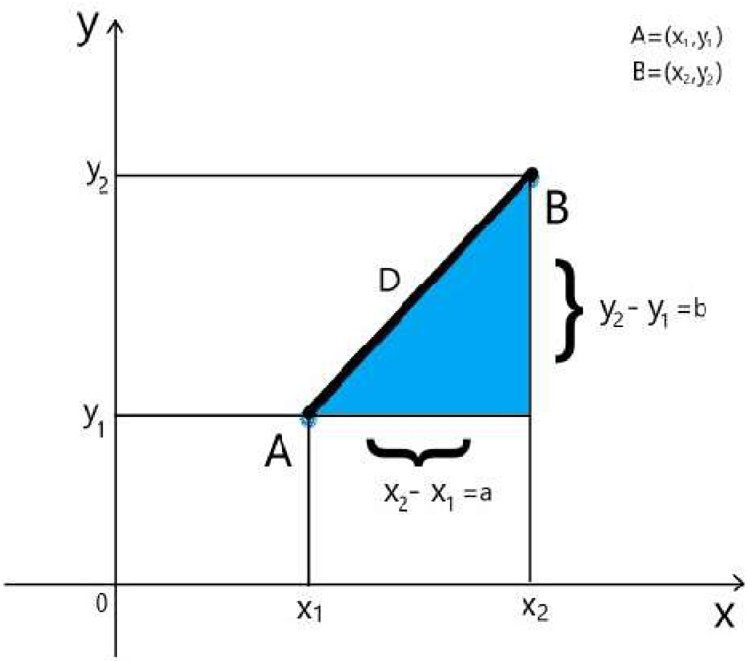
El punto A será $= (x_A, -1)$

Obtenemos la abscisa de A es decir el x_A **reemplazando** $y_A = -1$
en la fórmula de f (x) y despejamos x

$-1 = -3\,x + 5 \quad \Longrightarrow \quad -1 - 5 = -3\,x \quad \Longrightarrow \quad -6 = -3\,x \quad \Longrightarrow \quad \frac{6}{3} = x \quad \Longrightarrow \quad 2 = x_A$

El punto A , es A = $(2, -1)$

Cálculo de la distancia entre dos puntos A y B en el plano



Por Teorema de Pitágoras $D^2 = a^2 + b^2$

entonces la distancia entre A y B es:

$$D = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Entonces la distancia entre A = (2, -1) y B = (1, -6) es :

$D = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(2-1)^2 + (-1-(-6))^2} = \sqrt{(1)^2 + (5)^2} = \sqrt{26}$

deriva

Entonces la distancia entre A y B es $\sqrt{26}$

Ejercicio 5.- Sea $f(x) = 3x + 9$ y g la función lineal que verifica $g(0) = 4$ y $g(7) = -10$. Sean P el punto de intersección de los gráficos de f y de g y $Q = (3, 2)$. Calcular la distancia entre P y Q.

Ej 5 Calculemos g (x) que pasa por los puntos $(0, 4)$ y $(7, -10)$

la pendiente $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Longrightarrow m = \frac{-10 - 4}{7 - 0} = \frac{-14}{7} = -2$

reemplazando en $g(x) = m\,x + b \Longrightarrow g(x) = (-2) \cdot x + b$

Para determinar b reemplazamos las coordenadas del $(0, 4)$

$4 = (-2) \cdot 0 + b \Longrightarrow 4 = b$

Entonces $g(x) = -2x + 4$

Para calcular la distancia ente P y Q necesitamos calcular P que es el punto de interseccción $P_\cap = (x_\cap, y_\cap)$ **entre f y g**

Intersección entre f (x) y g (x)

igualamos las expresiones de f y g

$3x + 9 = -2x + 4$

$3x + 2x = 4 - 9$

$5x = -5 \Longrightarrow x_\cap = -1$

reemplazando en g (x) sale $y_\cap$

$y = (-2) \cdot (-1) + 4 = 2 + 4 = 6 \Longrightarrow y_\cap = 6$

Entonces $P_\cap = (x_\cap, y_\cap) = (-1, 6)$

La distancia "d" a calcular es entre $P_\cap = (-1, 6)$ **y** $Q = (3, 2)$

$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (6 - 2)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (4)^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{2 \cdot (16)}$

$d = 4\sqrt{2}$

++

Ejercicio 6.- Hallar la función cuadrática f tal que

a. el conjunto de ceros de f es $\{-1,6\}$ y $f(4)=10$.

b. el conjunto de ceros de f es $\{-5,-1\}$ y la $\operatorname{Im} f=[-12;+\infty)$.

c. $\operatorname{Im} f=(-\infty;7]$ y $f(2)=f(6)=6$.

d. el gráfico de f es una parábola cuyo vértice tiene abscisa 2, $\operatorname{Im} f=[5;+\infty)$ y $f(4)=13$.

Ej 6 a)

Hallar f cuadrática que tiene a -1 y 6 como ceros y $f(4)=10$

usamos la forma factorizada : $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$

$f(x)=a(x-(-1))(x-6)=a(x+1)(x-6)$

Como $f(4)=10$, reemplazando en la fórmula factorizada

$10=a(4+1)(4-6)=a\cdot 5(-2)=-10a \implies 10=-10a$

$a=\dfrac{10}{-10}=-1 \implies a=-1$

Entonces $f(x)=-1\cdot(x+1)(x-6)$
o desarrollando $f(x)=-x^2+5x+6$

Ej 6 b)

Hallar f cuadrática que tiene a -5 y -1 como ceros y la Imagen de $f=[-12,+\infty)$

del dato de que la Imagen de $f=[-12,+\infty)$ se desprende que $y_v=-12$ y $a>0$

usamos el resultado $x_v=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{x_1+x_2}{2}$ con x_1, x_2 los ceros de $f(x)$

Los ceros son -5 y -1, entonces $x_v=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{(-5)+(-1)}{2}=\dfrac{(-6)}{2}=-3$

Por lo tanto, el vértice $V=(-3,-12)$ pertenece al gráfico de $f(x)$

Si ahora escrbimos a $f(x)$ en forma factorizada $f(x)=a(x-x_1)(x-x_1)$
con $x_1=-5$ y $x_2=-1$ saldrá el valor de ajustando que pasa por $V=(-3,-12)$

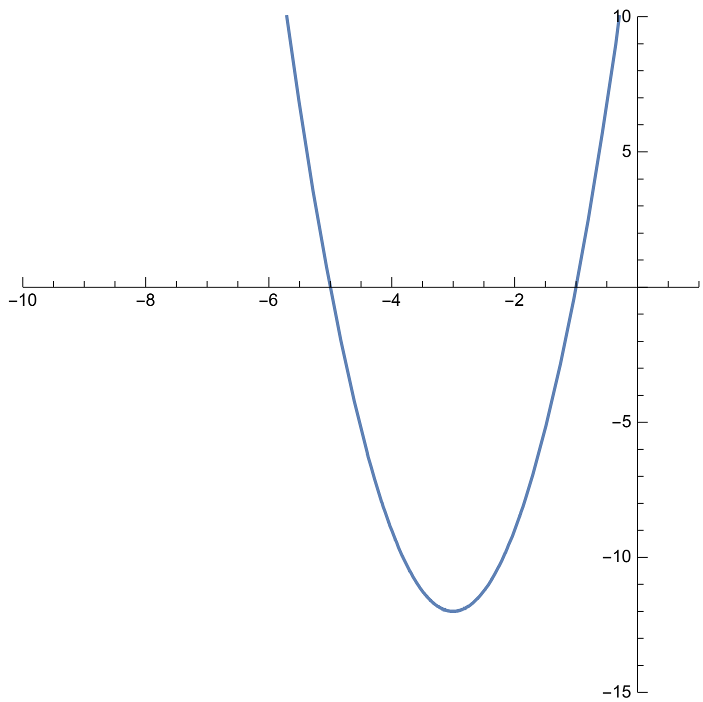
$f(x)=a(x+5)(x+1) \implies -12=a(-3+5)(-3+1)=a\cdot 2\cdot(-2)=a(-4)$

$\implies -12=-4a \implies a=\dfrac{-12}{-4}=3 \implies a=3$

f (x) = 3 (x + 5) (x + 1)   ó bien   f (x) = 3 x^2 + 18 x + 15

```
grafPlotSurt6b =
 Plot[3 x^2 + 18 x + 15, {x, -10, 1}, PlotRange → {{-10, 1}, {-15, 10}}, AspectRatio → 1]
```

representación gráfica   rango de representación   cociente de aspecto



Ej 6 c) Imagen de f = (−∞ .7] y f (2) = f (6) = 6

Los puntos (2, 6) y (6, 6) pertenecen al gráfico de f

Que la Imagen de f = (−∞ .7] sale que y_v = 7 y a < 0

Las funciones cuadráticas tiene un eje de simetría dad por la recta vertical x = x_v

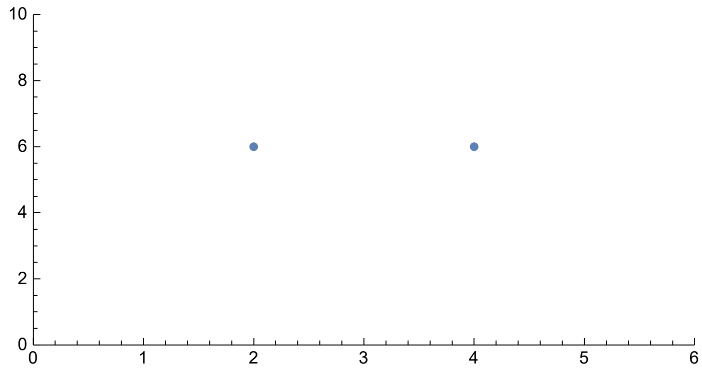
Pero entonces del dato f (2) = f (6) = 6 tenemos dos puntos simétricos del gráfico de f

porque el valor y = 6 se da tanto para x = 2 como para x = 6

```
tabla6c = {{2, 6}, {4, 6}}
{{2, 6}, {4, 6}}
```

```
puntos6c = ListPlot[tabla6c, PlotRange → {{0, 6}, {0, 10}}, AspectRatio → 0.5]
```

representación de lista rango de representación cociente de aspecto



Se ve que el eje de simetría es la recta $x = 3$ es decir el $x_v = 3$

tenemos el vértice : $V = (x_v, y_v) = (3, 7)$ y habíamos visto que $a < 0$

Ya podemos obtener la fórmula de $f(x)$ a partir de la forma canónica :

$$f(x) = a\,(x - x_v)^2 + y_v$$

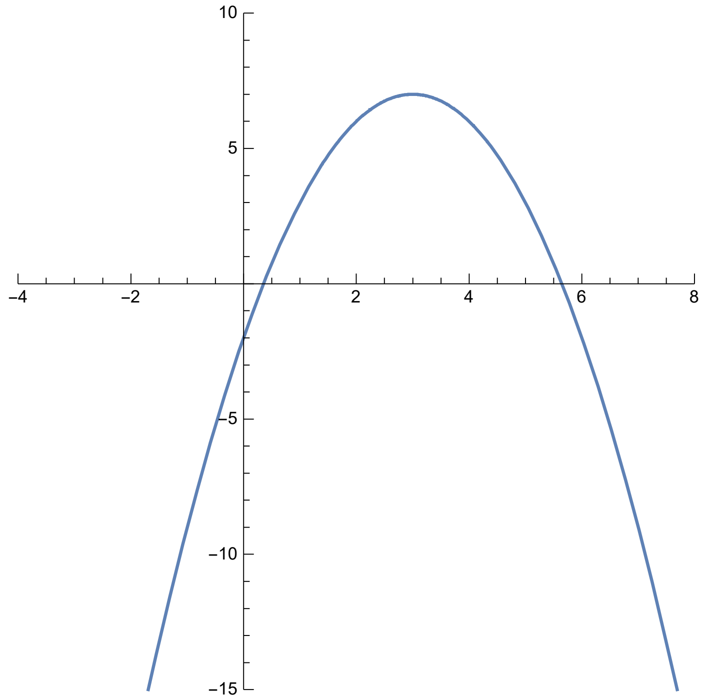
$$f(x) = a\,(x - 3)^2 + 7$$

Como $f(x)$ pasa por $f(2) = 6$

$$6 = a\,(2 - 3)^2 + 7 \implies 6 = a\,(-1)^2 + 7 \implies 6 = a + 7 \implies 6 - 7 = a \implies -1 = a$$

$$f(x) = -1\,(x - 3)^2 + 7 \implies f(x) = -x^2 + 6x - 2$$

```
grafPlotSurt6c =
 Plot[-x^2 + 6 x - 2, {x, -4, 8}, PlotRange → {{-4, 8}, {-15, 10}}, AspectRatio → 1]
 representación gráfica              rango de representación              cociente de aspecto
```



Ej 6 d) el gráfico de f es una parábola con vértice de abscisa 2

Imagen de f = [5, +∞) y f (4) = 13

Como la Imagen de f = [5, +∞) entonces $y_v = 5$ y $a > 0$

La abscisa del vértice es igual a 2 que es el $x_v = 2$

entonces V = (2, 5)

Ya podemos obtener f (x) a partir de la forma canónica y ajustando el a para que pase por f (4) = 13 es decir por el (4, 13)

$f(x) = a\,(x - x_v)^2 + y_v$

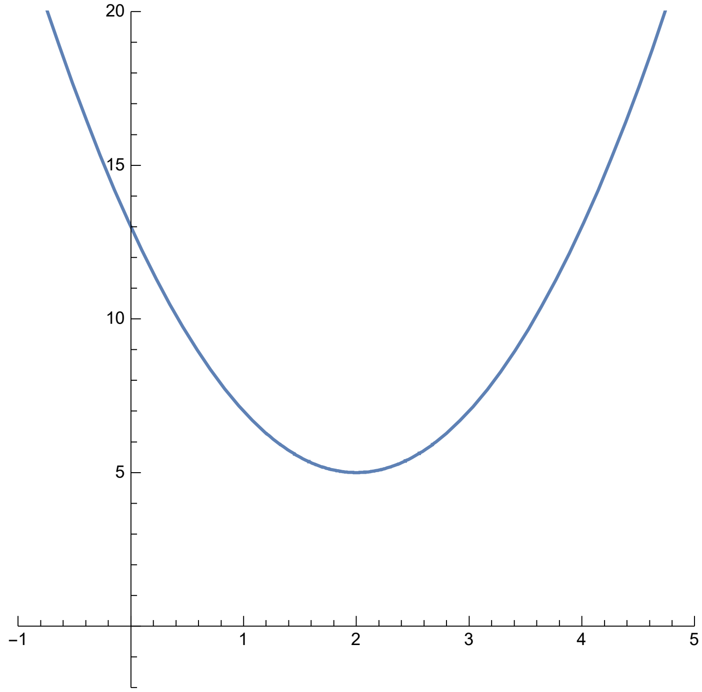
$f(x) = a\,(x - 2)^2 + 5$

usamos que pasa por el (4, 13)

$13 = a\,(4 - 2)^2 + 5 \implies 13 = a\,(2)^2 + 5 \implies 13 = a \cdot 4 + 5 \implies 13 - 5 = 4\,a$
$\implies 8 = 4\,a \implies 2 = a$

Finalmente $f(x) = 2\,(x - 2)^2 + 5$ ó bien $f(x) = 2\,x^2 - 8\,x + 13$

```
grafPlotSurt6d =
 Plot[2 x^2 - 8 x + 13, {x, -1, 5}, PlotRange → {{-1, 5}, {-2, 20}}, AspectRatio → 1]
 representación gráfica             rango de representación               cociente de aspecto
```



++

Ejercicio 7.- Sean $P=(1,3)$ y V el vértice de la parábola de ecuación $y=x^2-4x+5$.

Dar la ecuación de la recta que pasa por P y por V.

sea $g(x) = x^2 - 4x + 5$

El vértice de g (x) es :

$x_v = \frac{-b}{2a}$ con $a = 1$ $b = -4$ $c = 5$

$x_v = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$

luego como $y_v = c - \frac{b^2}{4a} \Longrightarrow y_v = 5 - \frac{b^2}{4a} = 5 - \frac{(-4)^2}{4 \cdot 1} = 5 - \frac{16}{4} = 5 - 4 = 1$

Entonces $V = (2, 1)$

Luego con $P = (1, 3)$ y $V = (2, 1)$ calcular f (x) función lineal
que pasa por P y V

la pendiente $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \implies m = \dfrac{1-3}{2-1} = \dfrac{-2}{1} = -2$

reemplazando en $f(x) = m\,x + b \implies f(x) = (-2) \cdot x + b$

Para determinar b reemplazamos las coordenadas del $(1, 3)$

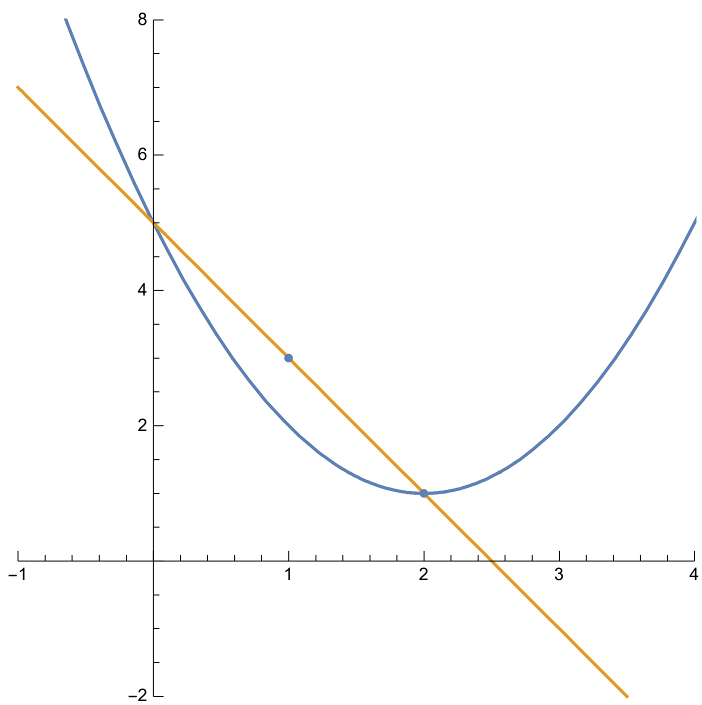
$3 = (-2) \cdot 1 + b \implies 3 = -2 + b \implies 5 = b$

Entonces f (x) = -2 x + 5

```
tabla7 = {{1, 3}, {2, 1}}
graflist7 = ListPlot[tabla7, PlotRange → {{0, 6}, {0, 10}}, AspectRatio → 0.5]
```
representación de lista · rango de representación · cociente de aspecto

```
grafPlotSurt7 = Plot[{x^2 - 4 x + 5, -2 x + 5},
  {x, -1, 5}, PlotRange → {{-1, 5}, {-2, 10}}, AspectRatio → 1]
```
representación gráfica · rango de representación · cociente de aspecto

```
Show[grafPlotSurt7, graflist7, PlotRange → {{-1, 4}, {-2, 8}}, AspectRatio → 1]
```
muestra · rango de representación · cociente de aspecto



++

+++++++++++ ++

Ejercicio 8.- Sean P el punto donde la recta de ecuación $y = 2x + 6$ corta al eje x y V el vértice de la parábola de ecuación $y = x^2 - 2x + 4$. Calcular la distancia entre P y V.

Ej 8 El punto P donde $f(x) = 2x + 6$ corta al eje x tiene ordenada $y = 0$

ponemos esta condición en $f(x)$

$0 = 2x + 6 \quad \Longrightarrow \quad -6 = 2x \quad \Longrightarrow \quad -3 = x$

Entonces el punto P es $P = (-3, 0)$

Calculemos el vértice de $g(x) = x^2 - 2x + 4$

Obtenemos las coordenadas del vértice como lo venimos haciendo

$$x_v = \frac{-b}{2a} \quad \text{e} \quad y_v = c - \frac{b^2}{2a} = f(x_v)$$

o completando cuadrados. Usemos esto último

$x^2 - 2x + 4 = x^2 - 2x + 1 - 1 + 4 = (x - 1)^2 + 3$

$g(x) = x^2 - 2x + 4 = (x - 1)^2 + 3 \quad \Longrightarrow \quad x_v = 1 \quad \text{e} \quad y_v = 3$

Entonces $V = (1, 3)$

Calculemos ahora la distancia entre $P = (-3, 0)$ y $V = (1, 3)$

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(-3 - 1)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25}$$

$d = 5$ es la distancia entre $P = (-3, 0)$ y $V = (1, 3)$

Observación: podemos tomar tanto $x_1 - x_2$ y $y_1 - y_2$ como $x_2 - x_1$ y $y_2 - y_1$

Esto es asi porque las diferencias de las coordenadas aparecen al cuadrado.

Veamos:

$$(x_1 - x_2)^2 = [(-1)(x_2 - x_1)]^2 = [(-1)^2 (x_2 - x_1)^2] = 1 \cdot (x_2 - x_1)^2 = (x_2 - x_1)^2$$
$$(y_1 - y_2)^2 = [(-1)(y_2 - y_1)]^2 = [(-1)^2 (y_2 - y_1)^2] = 1 \cdot (y_2 - y_1)^2 = (y_2 - y_1)^2$$

pero entonces

$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ **como también**

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ **dan el mismo resultado**

Es decir, lo importante es mantener el orden de las diferencias:

si hacemos $(x_1 - x_2)^2$ hay que hacer $(y_1 - y_2)^2$ y viceversa

pero si hacemos $(x_2 - x_1)^2$ hay que calcular $(y_2 - y_1)^2$ en la fórmula de d

Y ojo ! nunca distribuir la $\sqrt{\blacksquare}$ con cada uno de los cuadrados

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \neq \sqrt{(x_1 - x_2)^2} + \sqrt{(y_1 - y_2)^2}$$

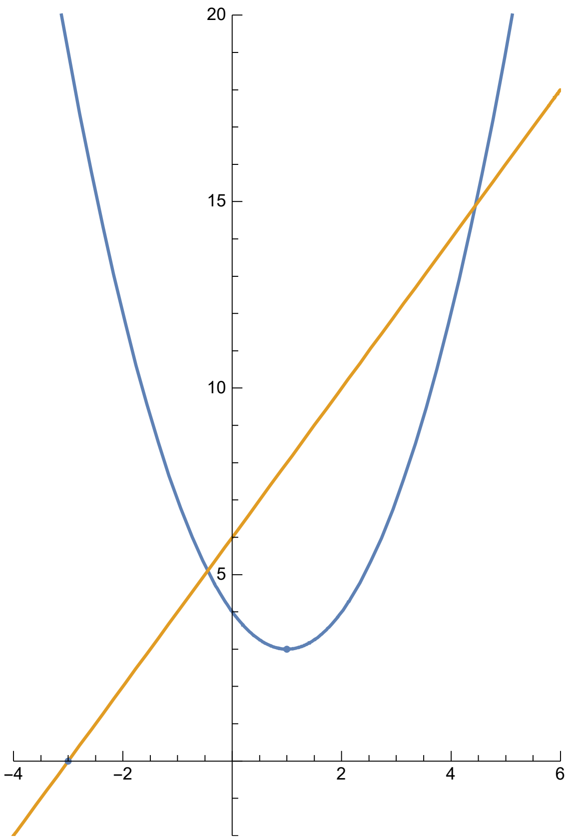
```
{{1, 3}, {2, 1}}
```

```
tabla8 = {{-3, 0}, {1, 3}}
```

```
graflist8 = ListPlot[tabla8, PlotRange → {{-4, 4}, {-4, 4}}, AspectRatio → 0.5]
```
representación de lista · rango de representación · cociente de aspecto

```
grafPlotSurt8 =
  Plot[{x^2 - 2 x + 4, 2 x + 6}, {x, -4, 6}, PlotRange → {{-4, 6}, {-2, 20}}, AspectRatio → 1]
```
representación gráfica · rango de representación · cociente de aspecto

```
Show[grafPlotSurt8, graflist8, PlotRange → {{-4, 6}, {-2, 20}}, AspectRatio → 1.5]
```
muestra · rango de representación · cociente de aspecto



++

Ejercicio 9.- Dada $f(x) = ax^2 + 8x + 2$, hallar a de modo que el vértice del gráfico de f tenga abscisa $x = 2$. Para el valor de a hallado, determinar la imagen de f.

Ej 9 Sea $f(x) = a x^2 + 8 x + 2$

Obtener a de modo que f tenga abscisa del vértice igual a 2

Pero éste es el x del vértice $x_v = 2$

Como $x_v = \dfrac{-b}{2a}$ y $b = 8$ dado en la fórmula de f

$x_v = 2 = \dfrac{-8}{2a} \Longrightarrow 4a = -8 \Longrightarrow a = -2$

Se obtiene $f(x) = -2x^2 + 8x + 2$

Calculamos y_v

$y_v = f(x_v) = -2 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 + 2 = -8 + 16 + 2 = 10$

entonces $y_v = 10$

Y como $a < 0$ la imagen de $f = (-\infty, y_v] = (-\infty, 10]$

Reescribiendo los resultados :

$a = -2$

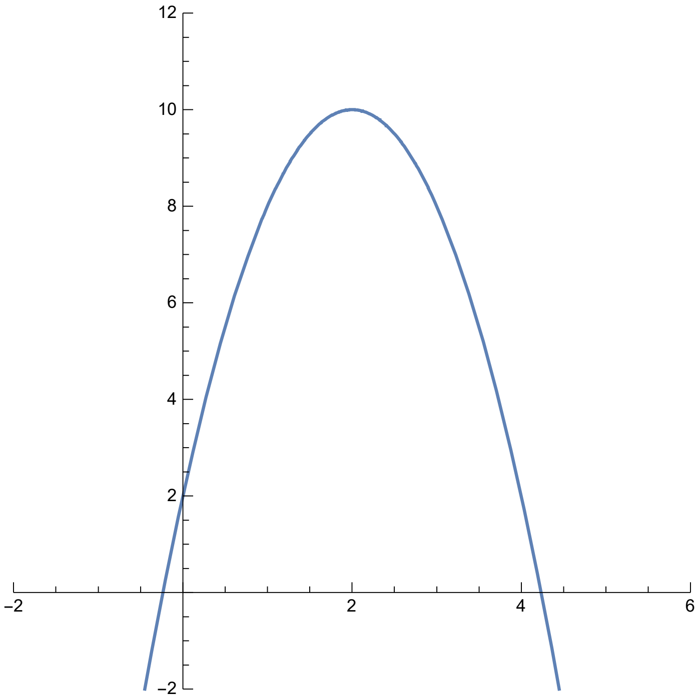
$f(x) = -2x^2 + 8x + 2$

$x_v = 2$

$y_v = 10$

la imagen de $f = (-\infty, 10]$

```
grafPlotSurt9 =
 Plot[-2 x^2 + 8 x + 2, {x, -2, 6}, PlotRange → {{-2, 6}, {-2, 12}}, AspectRatio → 1]
 representación gráfica                  rango de representación                 cociente de aspecto
```



+++

Ejercicio 10.- Sea $f(x) = x^2 + bx + c$. Determinar b y c sabiendo que la abscisa del vértice del gráfico de f es $x = -\frac{3}{2}$ y que la distancia entre los ceros de f es 7 .

Ej 10 Sea f (x) = $x^2 + b\,x + c$. Hay que hallar los valores de b y c si

$x_v = -\frac{3}{2}$ y siendo la distancia entre ceros es 7

Como a = 1 > 0 , la parábola "sonríe" y el conjunto Imagen de f = $[y_v, +\infty)$

Además como $x_v = \frac{-b}{2\,a}$ y a = 1 dado en la fórmula de f

si reemplazamos x_v y a :

$$-\frac{3}{2} = \frac{-b}{2 \cdot 1} \quad \Longrightarrow \quad -\frac{3}{2} = \frac{-b}{2} \quad \Longrightarrow \quad \text{se obtiene} \quad b = 3$$

Hasta el momento tenemos f (x) = $x^2 + 3\,x + c$

Sean x_1 y x_2 las raíces de f (x) que están a una distancia 7

También sabemos que además de ser $x_v = \frac{-b}{2a}$

es $x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}$

Como $x_v = -\frac{3}{2}$ entonces $-\frac{3}{2} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $\Longrightarrow$ $-3 = x_1 + x_2$

De acá $-3 = x_1 + x_2$ obtenemos $x_2 = -x_1 - 3$

Ahora usamos el dato que x_1 y x_2 están a una distancia 7

$|x_1 - x_2| = 7$

(ponemos módulo, de acuerdo a su definición geométrica como la distancia entre dos números reales)

Reemplazando $x_2 = -x_1 - 3$ en la ecuación con módulo :

$\left|x_1 - (-x_1 - 3)\right| = 7 \Longrightarrow |x_1 + x_1 + 3| = 7 \Longrightarrow |2x_1 + 3| = 7$

resolvamos esta ecuación con módulo

Por teorema 0 de módulo se obtiene

$|2x_1 + 3| = 7 \Longrightarrow 2x_1 + 3 = 7$ ó $2x_1 + 3 = -7$

$\Longrightarrow 2x_1 = 7 - 3$ ó $2x_1 = -7 - 3$

$\Longrightarrow 2x_1 = 4$ ó $2x_1 = -10$

$\Longrightarrow x_1 = 2$ ó $x_1 = -5$

Obtuvimos dos posibles valores para x_1, esto es $x_1 = 2$ ó $x_1 = -5$

Reemplazando en la ecuación $x_2 = -x_1 - 3$ salen dos valores de x_2
uno para cada x_1 obtenido :

con $x_1 = 2$ sale $x_2 = -2 - 3 = -5$

y con $x_1 = -5$ sale $x_2 = -(-5) - 3 = 5 - 3 = 2$

Vemos que si $x_1 = 2$ y $x_2 = -5$ efectivamente están a distancia 7 entre ellos

y que si $x_1 = -5$ y $x_2 = 2$ efectivamente están a distancia 7 entre ellos

Ok

Si tomamos el primer par de ceros $x_v = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{2 + (-5)}{2} = -\frac{3}{2}$

Si tomamos el segundo par de ceros $x_v = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-5 + 2}{2} = -\frac{3}{2}$

Fijémonos que obuvimos dos conjuntos de ceros que en realidad es el mismo

1 er conjunto $\{2, -5\}$

2 do conjunto de ceros $\{-5, 2\}$

En definitiva, independientemente de que las llamemos como las llamemos el único conjunto de ceros es $C^0 = \{-5, 2\}$

Usaremos el resultado que vincula el producto de raíces con c y a

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

lo pueden demostrar fácilmente multiplicando x_1 y x_2 siendo

$x_1 = -\frac{b}{2\,a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2\,a}$ **y** $x_2 = -\frac{b}{2\,a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2\,a}$ **, donde hemos llamado $\Delta = b^2 - 4\,ac$**

Como $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ **y** $x_1 = -5$ **y** $x_2 = 2 \quad \Longrightarrow \quad x_1 \cdot x_2 = -10 = \frac{c}{a} = \frac{c}{1}$

se obtiene $c = -10$

$f(x) = x^2 + 3\,x - 10$

recopilando los resultados obtenidos :

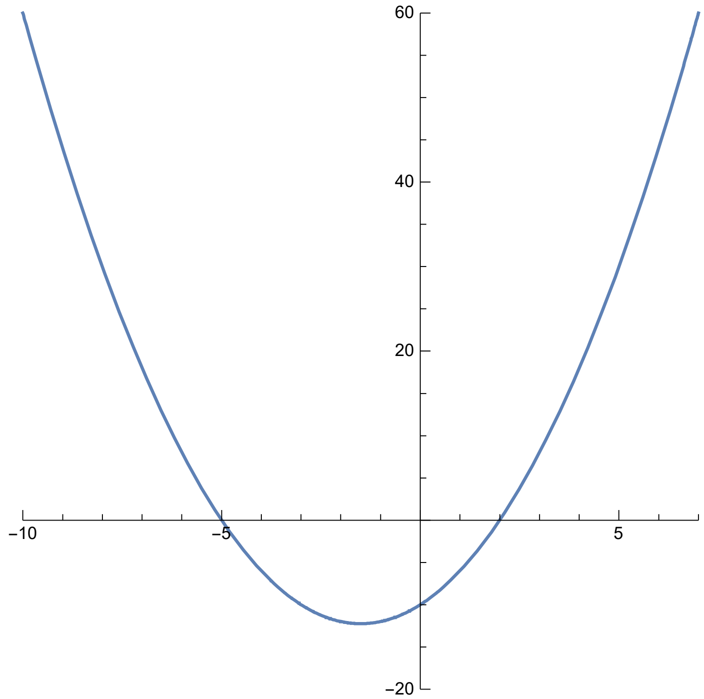
$b = 3$

$x_1 = -5$ y $x_2 = 2$

$c = -10$

Finalmente $f(x) = x^2 + 3\,x - 10$

```
grafPlotSurt10 =
 Plot[x^2 + 3 x - 10, {x, -10, 7}, PlotRange → {{-10, 7}, {-20, 60}}, AspectRatio → 1]
 representación gráfica                    rango de representación                          cociente de aspecto
```



++